

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN
SISTEMAS Y REDES DE TELECOMUNICACIONES



PROYECTO FIN DE CARRERA

MODELOS NUMÉRICOS Y ALGORITMOS PARA
NAVEGACIÓN EN INTERIORES EMPLEANDO REDES
DE SENSOES

AUTOR: MIGUEL ÁNGEL BARCENILLA MANCHA
TUTOR: JOAQUÍN MIGUEZ ARENAS

DICIEMBRE 2009

TÍTULO: *Modelos numéricos y algoritmos para navegación en interiores empleando redes de sensores.*

AUTOR: *Miguel Ángel Barcenilla Mancha*

TUTOR: *Joaquín Miguez Arenas*

La defensa del presente Proyecto Fin de Carrera se realizó el día 18 de Diciembre de 2009; siendo calificada por el siguiente tribunal:

PRESIDENTE: *David Luengo García*

SECRETARIO *Manuel A. Vázquez López*

VOCAL *Elisa Molanes López*

Habiendo obtenido la siguiente calificación:

CALIFICACIÓN:

Presidente

Secretario

Vocal

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecerle a Joaquín el apoyo que me ha dado durante la realización tanto de este proyecto como del estudio tecnológico, por todo el tiempo que me ha dedicado, por las facilidades que me ha ofrecido y por las oportunidades que me ha proporcionado.

A mi familia, especialmente a mis padres y a mi hermana, por ayudarme y aguantarme en las épocas más difíciles.

A Elena, gracias por todo tu apoyo durante estos cinco años, sin el cual no podría haber llegado hasta aquí. Por estar ahí en los buenos y en los malos momentos, por enseñarme tantas cosas de la vida y por ser parte de mí.

A todos los amigos que he conocido en la universidad, especialmente a Sandra, Manu, Iván, Adolfo, Carolina y a Jose, por todos esos buenos momentos que han hecho de este largo camino algo más llevadero.

Al resto de mis amigos, por permitirme olvidar, aunque fuera por un rato, ondas, electrones e integrales.

Este proyecto supone el final de un periodo de mi vida que he disfrutado y que me ha abierto las puertas a multitud de nuevas posibilidades. Gracias a todos los que me han ayudado a conseguirlo.

Resumen

En este proyecto fin de carrera se ha estudiado el problema de la localización en interiores empleando redes de sensores. Se han evaluado varios métodos de modelización de datos y distintos algoritmos de localización y navegación.

Las redes de sensores son una tecnología emergente caracterizada principalmente porque los nodos que componen este tipo de redes son pequeños, baratos y con una autonomía relativamente grande. Esto permite nuevas aplicaciones que antes estaban limitadas por el tamaño, el precio o por la duración de la batería de los terminales.

El tipo de solución que se ha analizado es la localización con balizas fijas a partir de observaciones de potencia de la señal recibida. Se puede estimar la posición de un nodo en una red de sensores en la que existe una serie de nodos baliza que transmiten señales, mediante mediciones de potencia recibida por el nodo objetivo, porque éstas dependen de la distancia. Sin embargo, existe incertidumbre tanto en la forma de esta dependencia como en las propias mediciones debido al ruido observacional.

Para este estudio se ha dispuesto de dos conjuntos de datos experimentales obtenidos en una campaña de mediciones con una red de sensores formada por varios nodos baliza activos y un nodo objetivo a localizar.

El primer conjunto se ha usado para modelar el comportamiento de la potencia recibida para cada baliza según la posición del nodo objetivo, utilizando un modelo de propagación log-normal y un modelo de aproximación polinómica. Se han utilizado estos modelos porque el primero es un modelo clásico de propagación en espacio libre, mientras que el segundo permite conseguir un menor o mayor ajuste a los datos simplemente cambiando el grado del polinomio.

El segundo conjunto de datos experimentales se ha utilizado para evaluar estos modelos utilizando dos algoritmos de localización y navegación, el filtro de Kalman extendido y el filtro de partículas.

Los resultados de este estudio son, en primer lugar, que el modelo de observación que mejor ajusta los datos es un modelo polinómico de tercer

orden, pues con un orden mayor se produce un indeseado sobreajuste a los datos. Además, con este modelo es con el que mejores resultados se obtienen al utilizarlo con el filtro de Kalman extendido con datos sintéticos y está entre los que mejores resultados dan al utilizarlo con el filtro de partículas. El modelo log-normal es con el que peores estimaciones se realizan con los datos sintéticos, sin embargo, con los datos experimentales, se hace una estimación ligeramente mejor con este modelo al utilizar el filtro de partículas.

En cuanto a los algoritmos de localización y seguimiento, el filtro de Kalman extendido necesita de una linealización del sistema y asume ruidos gaussianos de media nula. Este algoritmo tiende a realizar estimaciones correctas pero es algo inestable según el modelo de observación utilizado. Sobre el filtro de partículas se ha concluido que no necesita linealizar el sistema, que admite especificar cualquier tipo de distribución de ruido, que hace una estimación inicial más precisa que la del filtro de Kalman extendido y que realiza un mejor seguimiento de la posición del nodo que el filtro de Kalman extendido si se utiliza un número adecuado de partículas.

Índice general

Lista de figuras	xiv
Lista de tablas	xv
1. Introducción	1
1.1. Redes de sensores	1
1.2. Localización y navegación	2
1.3. Objetivos del proyecto	3
1.4. Organización de la memoria	3
2. Escenario experimental	5
2.1. Contexto del experimento	5
2.2. Descripción del escenario	5
2.3. Obtención de observaciones para modelización	6
2.4. Trayectorias experimentales	9
3. Descripción de los datos	11
3.1. Conjuntos de datos	11
3.2. Descripción de los ficheros de datos	12
3.2.1. Ficheros de datos de modelización	12
3.2.2. Ficheros de datos de prueba	13
3.3. Estudio de los datos de modelización	13
3.3.1. Potencia recibida frente a distancia	13
3.3.2. Media y varianza muestral de las observaciones	15
3.3.3. Histogramas de las observaciones	18
3.4. Estudio de los datos de prueba	21
3.5. Conclusiones	23
4. Modelos numéricos	25
4.1. Definición de las ecuaciones del sistema	25
4.2. Modelo de movimiento	26

4.3.	Modelo de observación	28
4.3.1.	Ecuación de observación	28
4.3.2.	Modelo logarítmico	29
	Definición del modelo	30
	Cálculo de los parámetros del modelo	31
	Curvas de ajuste	32
4.3.3.	Modelos Polinómicos	34
	Definición del modelo	34
	Cálculo de los parámetros del modelo	35
	Curvas de ajuste	36
4.3.4.	Interpolación de la varianza de observación	38
4.4.	Conclusiones	40
5.	Algoritmos de localización	43
5.1.	Filtro de Kalman Extendido	44
5.1.1.	Introducción al Filtro de Kalman	44
5.1.2.	Fases del algoritmo	45
5.2.	Filtro de partículas	46
5.2.1.	Introducción al filtro de partículas	46
5.2.2.	Fases del algoritmo	48
5.3.	Ejemplos de aplicación de los algoritmos	49
5.3.1.	Ejemplo unidimensional lineal	49
5.3.2.	Ejemplo unidimensional no lineal	51
5.4.	Linealización de los modelos de observación	52
5.4.1.	Modelo logarítmico	53
5.4.2.	Modelo Polinómico	54
5.5.	Conclusiones	55
6.	Simulaciones	57
6.1.	Simulaciones con datos sintéticos	57
6.1.1.	Número de partículas	57
6.1.2.	Error de estimación de los algoritmos	59
6.1.3.	Ejemplo: una trayectoria aleatoria	63
	Modelo polinómico de tercer orden	63
	Modelo logarítmico	65
6.1.4.	Primera trayectoria de prueba	67
	Modelo polinómico de tercer orden	67
	Modelo logarítmico	69
6.1.5.	Segunda trayectoria de prueba	70
	Modelo polinómico de tercer orden	71
	Modelo logarítmico	72

6.2. Pruebas con datos experimentales	73
6.3. Conclusiones	78
7. Conclusiones y trabajo futuro	81
7.1. Conclusiones	81
7.1.1. Modelos	82
7.1.2. Algoritmos	83
7.1.3. Simulaciones	83
7.1.4. Pruebas experimentales	85
7.1.5. Resumen	86
7.2. Líneas futuras de trabajo	87
A. Presupuesto	89
A.1. Recursos materiales	89
A.2. Recursos humanos	90
Referencias	91

Lista de figuras

2.1. Escenario experimental.	7
2.2. Posiciones del nodo objetivo	8
2.3. Trayectorias experimentales del objetivo.	9
3.1. Potencia recibida en función de la distancia	14
3.2. Potencia recibida media y desviación típica	16
3.3. Varianza de la potencia recibida	17
3.4. Histogramas de las observaciones para la baliza 1	18
3.5. Histogramas de las observaciones para la baliza 2	18
3.6. Histogramas de las observaciones para la baliza 3	19
3.7. Histogramas de las observaciones para la baliza 4	19
3.8. Histogramas de las observaciones para la baliza 5	19
3.9. Histogramas de las observaciones para la baliza 6	20
3.10. Potencias recibidas durante la trayectoria 1 para cada baliza. .	22
3.11. Potencias recibidas durante la trayectoria 2 para cada baliza. .	22
4.1. Curvas de ajuste del modelo logarítmico	33
4.2. Curvas de ajuste de los modelos polinómicos	37
4.3. Interpolación de las varianzas	39
5.1. Ejemplo unidimensional lineal.	50
5.2. Ejemplo unidimensional no lineal.	52
6.1. Error de estimación en función del número de partículas. . . .	58
6.2. Histogramas de error para las trayectorias aleatorias.	61
6.3. Trayectoria aleatoria, modelo polinómico de orden 3	64
6.4. Trayectoria aleatoria, modelo logarítmico	66
6.5. Trayectoria de prueba 1, modelo polinómico de orden 3	68
6.6. Trayectoria de prueba 1, modelo logarítmico	70
6.7. Trayectoria de prueba 2, modelo polinómico de orden 3	71
6.8. Trayectoria de prueba 2, modelo logarítmico	73
6.9. Simulación con datos experimentales con modelo de varianza .	75

6.10. Simulación con datos experimentales de la trayectoria 1	76
6.11. Simulación con datos experimentales de la trayectoria 2	77

Lista de tablas

3.1. Formato de los ficheros de datos	12
3.2. Mínimo y máximo número de observaciones por baliza.	20
3.3. Potencia máxima para cada baliza	22
4.1. Parámetros experimentales del modelo logarítmico	32
4.2. Error de aproximación de los modelos logarítmicos	33
4.3. Error de aproximación de los modelos polinómicos	38
5.1. Error ejemplo lineal	50
5.2. Error ejemplo no lineal	52
6.1. Error de estimación del filtro de Kalman extendido	60
6.2. Error de estimación del filtro de partículas	60

Capítulo 1

Introducción

En el presente proyecto se va a tratar el problema de localización en interiores empleando redes de sensores, evaluando varios métodos de modelización de datos y distintos algoritmos de localización y navegación. Para ello, se dispone de un conjunto de datos experimentales obtenidos con una red formada por varios nodos baliza activos y un nodo objetivo a localizar. Estos datos experimentales van a ser utilizados para modelar el comportamiento de la señal recibida de cada baliza según la posición del nodo objetivo y para después aplicar estos modelos en algoritmos de localización y seguimiento con el objetivo de comprobar su validez utilizando un conjunto de datos de prueba.

1.1. Redes de sensores

Una red de sensores se puede definir como un conjunto de nodos con capacidad computacional y de monitorización del entorno, que colaboran en una tarea común.

Los nodos de las redes de sensores disponen de comunicación inalámbrica y pueden utilizarse en cualquier momento tanto como transmisores o receptores. Esto permiten formar redes *ad hoc* sin infraestructura física preestablecida ni administración central.

La principal diferencia de estas redes respecto a las redes celulares tradicionales está en que los nodos de las redes de sensores son, en general, más pequeños y baratos, con una gestión eficiente de energía que les permite obtener una elevada autonomía.

Existen múltiples aplicaciones de estas redes en entornos industriales y militares, en medicina, en domótica y en monitorización ambiental. Algunos ejemplos pueden ser la utilización de redes de sensores para la detección de

intrusiones en el campo de batalla o para la monitorización de animales en una granja o de mercancías en una fábrica.

Muchas de estas aplicaciones no son posibles con las redes tradicionales por el elevado precio de los terminales (pues en ocasiones se necesita una gran cantidad de estos) y por la necesidad de contar con una autonomía que permita no tener que cambiar o recargar la batería de los nodos en mucho tiempo. Las actuales redes de sensores hacen esto posible.

1.2. Localización y navegación

En muchas ocasiones la ubicación de un sensor debe ser conocida para que la información que contienen los datos recogidos sea significativa. Esto se conoce como el *Problema de localización* en las redes de sensores.

Al desconocerse en muchos casos la estructura de la red de sensores, es necesario extraer información de localización de los nodos con el objetivo de ubicar la procedencia de los datos y también para posibilitar la utilización de protocolos de enrutamiento necesarios para la difusión de la información.

Los tipos de soluciones de localización pueden clasificarse en tres categorías: localización con balizas, localización con balizas móviles y localización sin balizas.

Las balizas son nodos que conocen su propia localización, normalmente por configuración manual. Un nodo cualquiera puede conocer su localización si dispone de tres o más balizas que ofrezcan una cobertura en dos dimensiones (2-D). La localización con balizas móviles puede reducir significativamente el consumo de potencia y el coste respecto a la localización con balizas fijas. La localización sin balizas es una solución descentralizada donde los nodos cooperan entre sí para estimar localmente las distancias entre los mismos, necesitando un post-procesado para obtener las posiciones absolutas a partir de estas posiciones relativas.

Se pueden utilizar varios tipos de datos para localizar a un nodo. Estos datos necesarios para la localización pueden tratarse de cualquier medida física que indique distancia o posición relativa. Los principales tipos de información utilizada para la localización en redes de sensores son los siguientes:

- *Tiempo de llegada* o *TOA* (*“Time Of Arrival”*): es el tiempo que tarda en llegar al receptor una señal.
- *Ángulo de llegada* o *AOA* (*“Angle Of Arrival”*): es la dirección en la que llega al receptor una señal.

- *Intensidad de la señal recibida* o *RSS* (*Received Signal Strength*): es la potencia de la señal recibida.

Actualmente se están llevando a cabo muchas investigaciones en el ámbito de la localización en redes de sensores, sin la existencia aún de soluciones cerradas al problema, con el fin de diseñar sistemas de posicionamiento rápidos, robustos y precisos, y que además sean baratos y con una gran autonomía.

1.3. Objetivos del proyecto

En este proyecto se va a estudiar el problema de la localización en interiores empleando redes de sensores, centrándose en comprobar la viabilidad y la precisión de una solución de localización por balizas fijas a partir de observaciones de intensidad de la señal recibida (RSS).

Los principales objetivos son:

- Hacer un estudio del comportamiento de las señales transmitidas y recibidas por los nodos de una red de sensores real y ver las virtudes y carencias de este tipo de sistemas.
- Comparar diferentes métodos de modelización de datos y ver qué modelos realizan una mejor aproximación de los datos experimentales.
- Realizar una comparación entre distintos algoritmos de localización y seguimiento.

1.4. Organización de la memoria

La memoria del proyecto está compuesta por varios capítulos divididos en apartados.

En el Capítulo 2: *Escenario Experimental*, se expondrá el problema de la localización en redes de sensores, se describirá el escenario experimental donde se han tomado los datos necesarios para afrontar el problema. También se describirá la estructura de la red de sensores y el tipo de sensores utilizados. También se comentará la forma en la que se han obtenido los datos y los tipos de observaciones que se van a considerar.

En el Capítulo 3: *Descripción de los datos experimentales*, se detallarán los conjuntos de datos experimentales: los datos a partir de los cuales se van a construir los modelos del sistema y los datos que van a servir para validar

estos modelos. En primer lugar se va a describir cómo son los ficheros en donde están almacenados los registros de datos. Para el conjunto de datos para modelización, se analizará el comportamiento de las observaciones de potencia recibida en relación a la distancia y se caracterizarán mediante distribuciones de probabilidad. Finalmente se van a describir los datos del conjunto de prueba.

En el Capítulo 4: *Modelos numéricos*, se comentarán las ecuaciones que describen el estado del nodo objetivo (su posición y su velocidad en cada instante) y la relación de este estado con las observaciones de potencia. Se detallará el modelo de movimiento del nodo y el modelo de observaciones. Además, se realizará un ajuste de las observaciones experimentales siguiendo un modelo de propagación log-normal clásico y un modelo polinómico de diferentes grados, y se realizará una interpolación de la varianza muestral en función de la distancia.

A continuación, en el Capítulo 5: *Algoritmos de localización y navegación*, se estudiarán los algoritmos de localización y seguimiento que van a utilizarse: el filtro de Kalman extendido y el filtro de partículas. En este capítulo se hará una pequeña introducción a cada uno de estos filtros y se explicarán los pasos que siguen para realizar el seguimiento. Se verán dos ejemplos simples del uso de estos algoritmos y finalmente se realizará una linealización de los modelos de observación del sistema planteado para poder utilizarlos con el filtro de Kalman extendido.

En el Capítulo 6: *Simulaciones*, se van a realizar varias simulaciones con los diferentes modelos de datos, utilizando los dos tipos de algoritmos. En primer lugar se va a calcular el error de estimación del filtro de partículas en función del número de partículas con el objetivo de escoger un número adecuado. Después se calculará el error de estimación cometido por los algoritmos de localización y seguimiento para la estimación de la posición de un nodo móvil que sigue diferentes tipos de trayectorias, generando sintéticamente las observaciones de potencia recibida a partir de los modelos de observación. Seguidamente se presentarán ejemplos de los resultados obtenidos con estas trayectorias para algunos de los modelos de observación. Por último, se emplearán los algoritmos de localización utilizando las observaciones experimentales de prueba y se compararán estos resultados con los obtenidos usando las observaciones generadas sintéticamente a partir de los modelos.

Finalmente, en el Capítulo 7: *Conclusiones y líneas futuras de trabajo*, se hará un repaso de las conclusiones a las que se ha llegado a lo largo de la realización del proyecto y se tratarán posibles extensiones de este trabajo.

Capítulo 2

Escenario experimental

2.1. Contexto del experimento

Las redes de sensores son una tecnología emergente caracterizada principalmente porque los nodos que componen este tipo de redes son pequeños, baratos y con una autonomía relativamente grande. Esto permite nuevas aplicaciones que antes estaban limitadas por el tamaño, el precio o por la duración de la batería de los terminales.

Los nodos de una red de sensores recogen información del entorno, siendo importante conocer la ubicación de estos nodos para localizar la procedencia de la información obtenida y para poder utilizar protocolos de enrutamiento que permitan su difusión.

El tipo de solución que se va a analizar para el problema de ubicación de un nodo es la localización con balizas fijas a partir de observaciones de potencia de la señal recibida.

En este capítulo se va a describir el escenario experimental donde se encuentra la red de sensores que se va a estudiar. Se va a detallar cómo es la estructura de la red de sensores, así como el tipo de sensores usados y los datos utilizados para la localización. Además se va a explicar el procedimiento de obtención de los diferentes conjuntos de datos experimentales.

2.2. Descripción del escenario

El escenario donde se han obtenido los datos experimentales es el patio interior (cubierto) de un edificio, utilizado en momentos de poco tránsito, donde se han colocado una serie de nodos baliza y un nodo objetivo al cual se quiere localizar y seguir. El patio puede considerarse como un pasillo ancho con bastantes irregularidades, como balcones y escaleras, aunque en

la medida de lo posible está despejado de mobiliario, exceptuando las mesas que sirven de sujeción de los sensores.

Para simplificar el experimento, se va a suponer bidimensionalidad en la posición de los nodos. Esto conlleva una aproximación del escenario tridimensional, que se expande en longitud, anchura y altura, a un espacio plano donde sólo se van a considerar las coordenadas en longitud y anchura. Por tanto, van a existir ciertos errores al considerar que todos los nodos están exactamente a la misma altura.

Todos los nodos constan de una pequeña placa formada por un circuito, un microprocesador y un sistema de transmisión que implementa el estándar IEEE 802.15.4 para redes inalámbricas de área personal WPAN (*Wireless Personal Area Network*) y el conjunto de protocolos de capas superiores definidas por ZigBee Alliance para sistemas de bajo consumo. Las plataformas utilizadas son de Crossbow y una combinación del sistema de microprocesador Arduino con *chipsets* de Xbee.

Las balizas son nodos fijos cuya posición es conocida, que emiten tramas de información *broadcast* sobre la red que pueden recibirse por cualquier otro nodo. El nodo objetivo es el terminal móvil al que se quiere localizar, el cual muestrea periódicamente las tramas que recibe de los nodos baliza para extraer niveles de potencia de la señal recibida.

Se dispone de un total de seis nodos baliza dispuestos a lo largo del pasillo, alineados sobre un rectángulo de 10 metros de largo por 6 metros de ancho: cuatro de ellos situados en cada una de las esquinas del rectángulo y, los dos restantes, a la mitad de las dos lados más largos. Esta disposición se puede ver en la Figura 2.1, donde las balizas aparecen como círculos azules y el nodo móvil objetivo de la localización se muestra como un círculo rojo.

2.3. Obtención de las observaciones para modelización

Para obtener un modelo funcional del comportamiento de las señales recibidas por el terminal en función de su posición relativa respecto a las balizas transmisoras, se ha colocado el terminal en diferentes posiciones fijas del escenario y, para cada una de esas posiciones, se han registrado observaciones experimentales de potencia recibida. Todas las mediciones, tanto las de modelización como las de prueba, han sido realizadas por el Grupo de Tecnología Electrónica y Comunicaciones (GTEC) de la Universidad de La Coruña.

Las observaciones recogidas sirven para relacionar la potencia recibida

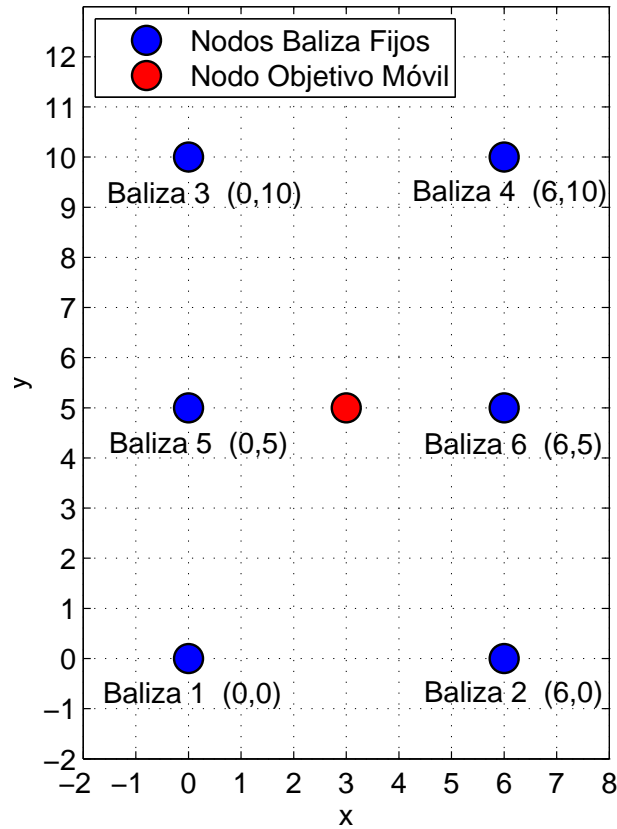


Figura 2.1: Escenario experimental.

por el nodo objetivo en función de la distancia a las balizas. La relación entre estos dos datos viene dada porque, en el espacio libre, la potencia de la señal decae de forma proporcional a d^{-2} , es decir, a la inversa de la distancia entre el transmisor y el receptor al cuadrado. Las observaciones de potencia recibida son equivalentes a observaciones de intensidad de la señal recibida o *RSS* (*Received Signal Strength*), pues la potencia de la señal es la magnitud al cuadrado de la intensidad de la señal. La potencia de las señales de RF (Radio Frecuencia) se pueden medir en un receptor durante la comunicación normal de datos sin necesitar un ancho de banda adicional o requerimientos de energía adicionales.

Los datos recogidos en el escenario experimental están almacenados en varios ficheros, los cuales se describen en el Apartado 3.2.1. Existe un fichero de datos experimentales por cada posición fija del nodo móvil, con una media de 8.872 observaciones por fichero (1.478 observaciones de media por cada uno de los seis nodos baliza).

Las posiciones del nodo móvil están repartidas sobre una malla de 6 metros de ancho por 10 metros de largo que cubre el escenario, con una separación entre nodos de 2 metros en ambas dimensiones. Esto haría un total de 24 posiciones distintas, pero debido a la falta de datos sobre tres posiciones (cuyos ficheros no fueron proporcionados), sólo hay 21 posiciones.

En la Figura 2.2, se muestran las distintas posiciones donde se ha fijado el nodo móvil para obtener las observaciones experimentales. Los nodos baliza están representados como círculos azules y las posiciones del nodo móvil como círculos rojos más pequeños. Se puede ver que faltan las posiciones correspondientes a las coordenadas $(0,4)$, $(0,8)$ y $(4,6)$. Además se observa que las posiciones que están en las esquinas del escenario coinciden con la ubicación de cuatro de las balizas.

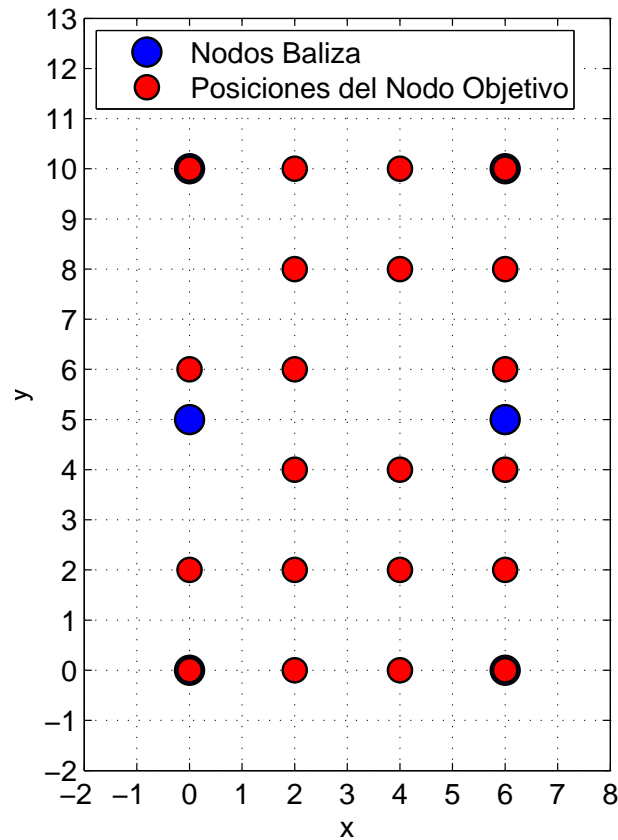


Figura 2.2: Posiciones del nodo objetivo para la obtención de observaciones.

2.4. Trayectorias experimentales

El problema de seguimiento de un nodo de una red de sensores es inherentemente dinámico. El nodo móvil puede desplazarse por el escenario y, para conocer su ubicación en todo momento, primero hay que localizar al nodo y después realizar su seguimiento.

Para evaluar los modelos funcionales y de ruido que van a elaborarse a partir de los datos de modelización anteriores se han obtenido unos datos experimentales de prueba en los cuales el nodo está en movimiento.

Se dispone de observaciones experimentales de dos trayectorias distintas del nodo móvil. En ambas, el nodo se mueve a una velocidad constante. El terminal mide la potencia recibida a una tasa aproximada de 10 observaciones por segundo (por baliza), obteniéndose un fichero de muestras para cada trayectoria, descritos en el Apartado 3.2.2.

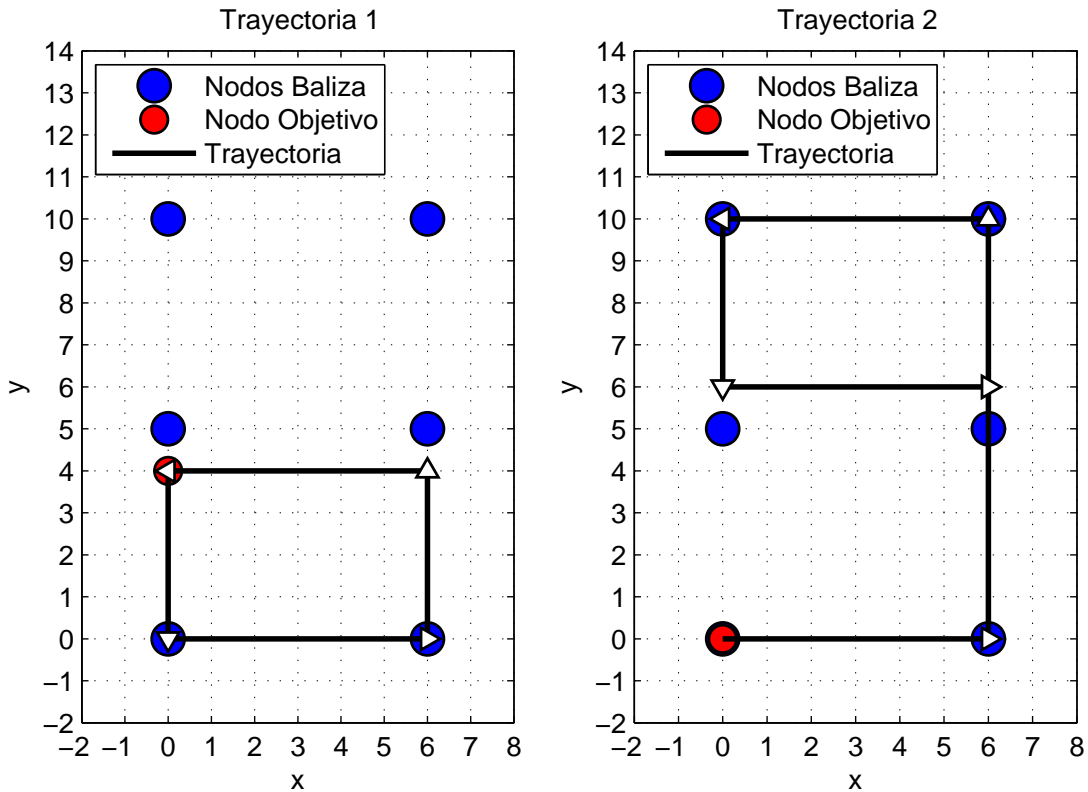


Figura 2.3: Trayectorias experimentales del objetivo.

La Figura 2.3 muestra en la parte izquierda la primera trayectoria y en la parte derecha la segunda. De nuevo, los nodos baliza están representados

como círculos azules. El nodo móvil aparece como un círculo rojo, situado en el inicio de cada trayectoria. Las trayectorias están representadas por varias flechas negras correspondientes a cada tramo recto de la trayectoria, donde la dirección de la flecha indica la dirección del movimiento en el tramo.

La primera trayectoria, de 20 metros de longitud, es la más corta de las dos, cubriendo solamente la parte inferior del escenario. El nodo tarda 50,265 segundos en hacer el trayecto, por lo que suponiendo velocidad constante, el nodo se mueve a 0,398 m/s . Se tienen un total de 2.964 observaciones, con una media de 494 observaciones por baliza. El recorrido que hace el nodo objetivo es cerrado y pasa por los siguientes puntos:

$$(0, 4) \rightarrow (0, 0) \rightarrow (6, 0) \rightarrow (6, 4) \rightarrow (0, 4)$$

La segunda trayectoria, de 32 metros de longitud, tiene un recorrido no cerrado que cubre prácticamente todo el escenario. El tiempo que tarda el nodo móvil en recorrer esta trayectoria es de 52,281 segundos, lo cual significa que el nodo se mueve a una velocidad de 0,612 m/s , algo más de un 50 % más rápido que en el caso anterior. En este caso se tiene un total de 3.088 observaciones, con una media de 515 observaciones por baliza. Las coordenadas seguidas son las siguientes:

$$(0, 0) \rightarrow (6, 0) \rightarrow (6, 10) \rightarrow (0, 10) \rightarrow (0, 6) \rightarrow (6, 6)$$

Capítulo 3

Descripción de los datos experimentales

3.1. Conjuntos de datos

En este capítulo se van a estudiar los conjuntos de datos experimentales obtenidos en el escenario descrito en el Capítulo 2.

Como ya se ha visto, existen dos conjuntos de datos experimentales: los datos de modelización y los datos de prueba.

Los datos de modelización van a servir para elaborar los modelos funcionales que relacionen la potencia recibida por el nodo móvil con la distancia a las balizas transmisoras. Estas observaciones experimentales se han obtenido con el nodo móvil situado en posiciones fijas respecto a las balizas.

Los datos de prueba van a servir para evaluar los modelos funcionales al utilizarlos con los algoritmos de localización y seguimiento. Este conjunto de datos está tomado con el terminal en movimiento siguiendo unas trayectorias predeterminadas.

Se va a comenzar describiendo los ficheros en donde están almacenados los registros de datos experimentales. Para el conjunto de datos de modelización, se analiza el comportamiento de las observaciones de potencia recibida en relación a la distancia y se caracterizan sus distribuciones probabilísticas. Se terminará el capítulo describiendo los datos del conjunto de prueba.

3.2. Descripción de los ficheros de datos

3.2.1. Ficheros de datos de modelización

Este conjunto de datos experimentales se va a emplear para ajustar distintos modelos funcionales y de ruido que relacionen las observaciones de potencia recibida con la distancia entre el nodo móvil y las balizas.

Estas observaciones se han obtenido ubicando el nodo objetivo en diferentes posiciones fijas del escenario. Para cada posición, mostradas en la Figura 2.2, se han obtenido un gran número de mediciones para ajustar lo mejor posible los modelos al escenario real.

Se dispone de un fichero de datos experimentales por cada una de las 21 posiciones fijas del nodo. Cada línea de los ficheros corresponde al registro de una observación, siguiendo el siguiente formato:

<i>baliza</i>	P_t	P_r	$coord_X$	$coord_Y$	t
---------------	-------	-------	-----------	-----------	-----

Tabla 3.1: Formato de los ficheros de datos

donde:

- *baliza* es el número identificativo del nodo baliza al que corresponde la observación (del 1 al 6);
- P_t es la potencia transmitida por las balizas, en dB;
- P_r es la potencia recibida por el nodo objetivo, en dB;
- $coord_X$ es la coordenada X de la posición donde se encuentra el nodo objetivo, en metros;
- $coord_Y$ es la coordenada Y de la posición donde se encuentra el nodo objetivo, en metros;
- t es el instante en el que se realiza la medición, en segundos.

El parámetro P_t vale siempre 5 dB en todos los registros, que es la potencia teórica con la que transmiten todas las balizas. Los valores de $coord_X$ y $coord_Y$ son constantes en cada fichero, pues indican la posición del terminal.

Por cada posición se tiene una media de 8.872 observaciones, con un mínimo de 8.494 observaciones y un máximo de 9.936. Esto da lugar a una media aproximada de 1.478 observaciones por baliza y posición para construir los modelos.

3.2.2. Ficheros de datos de prueba

Los datos experimentales de prueba obtenidos con el terminal en movimiento van a servir para evaluar los modelos funcionales construidos.

Se tiene un fichero de registros para cada una de las dos trayectorias predeterminadas del terminal. El formato de los registros es el mismo que en los datos de modelización, con la salvedad de que $coord_X$ y $coord_Y$ valen siempre cero en este caso, pues aunque se conocen las trayectorias, no se sabe la posición exacta del terminal en cada instante.

En el caso de la primera trayectoria, se disponen de 2.964 registros de observaciones a lo largo del recorrido, mientras que para la segunda trayectoria, hay un total de 3.088 observaciones.

3.3. Estudio de los datos de modelización

Para el problema de localización es necesario modelar la potencia recibida por el nodo que se quiere localizar en función de la distancia a cada una de las balizas.

En este apartado se va a estudiar la relación entre la potencia recibida y la distancia a cada baliza transmisora a partir del conjunto de datos de modelización, visualizando las observaciones de potencia frente a la distancia, calculando la media y la varianza de la potencia recibida en función de la distancia y representando los histogramas de las observaciones.

3.3.1. Potencia recibida frente a distancia

La potencia de una señal y la distancia recorrida por ésta están relacionadas en el espacio libre de forma que la potencia decae proporcionalmente a la inversa de la distancia al cuadrado (d^{-2}).

El conjunto de datos de modelización contiene información sobre la potencia recibida de la señal de cada baliza para diferentes posiciones fijas del terminal móvil. Conociendo las coordenadas $\mathbf{s}_i = [s_{i,1} \ s_{i,2}]^T$, de la baliza i , y las coordenadas $\mathbf{r}_j = [r_{j,1} \ r_{j,2}]^T$, del terminal para la posición j , se puede obtener la distancia $d_{j,i}$ entre la baliza i y el terminal en la posición j como

$$d_{j-i} = \|\mathbf{r}_j - \mathbf{s}_i\| = \sqrt{(r_{j,1} - s_{i,1})^2 + (r_{j,2} - s_{i,2})^2} \quad (3.1)$$

En la Figura 3.1 se muestra, con una gráfica para la señal recibida de cada baliza, la potencia recibida en función de la distancia entre terminal y baliza, mostrándose cada observación de potencia como un punto negro.

Para facilitar su visión, las gráficas están colocadas con la misma disposición que las balizas en el escenario.

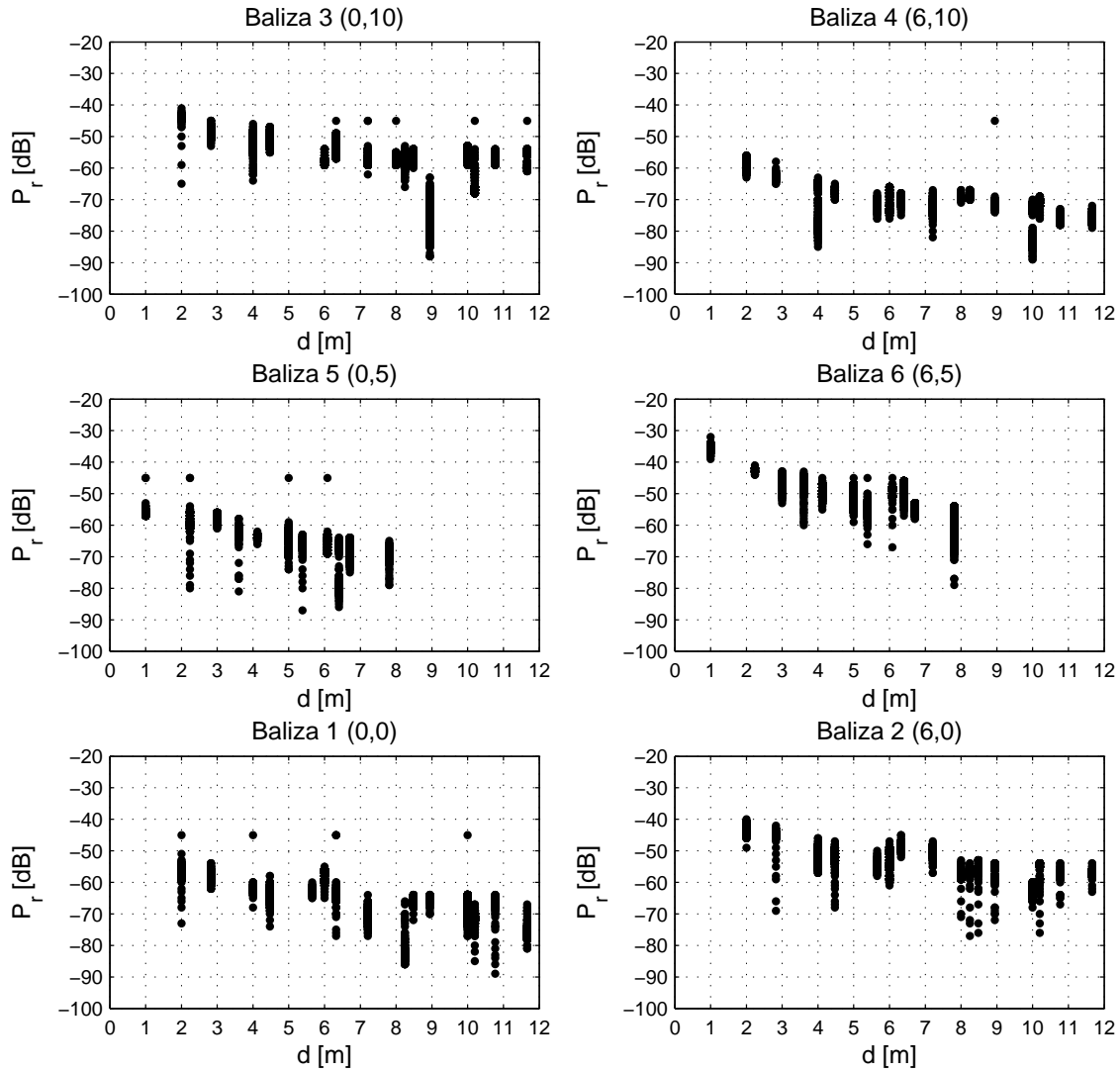


Figura 3.1: Potencia recibida por el nodo objetivo en función de la distancia

Se puede observar claramente que el comportamiento de la potencia recibida es diferente para la señal de cada baliza, teniéndose más intensidad de señal en general en algunos casos respecto a otros. Por ejemplo, la señal de la baliza 4 se recibe con una potencia aproximadamente 15dB menor que la de la baliza 3. Por esta razón, se va a necesitar un modelo diferente para aproximar el comportamiento para cada baliza.

Se puede observar que para la señal de una baliza, el rango de potencias recibidas para una misma distancia puede variar considerablemente. Por ejemplo, en la baliza 1, el rango de potencias recibidas a una distancia de 2 metros va desde -45 dB a -73 dB (una diferencia de 28 dB), mientras que para una distancia de 2,83 metros, va desde -54 dB a -62 dB (que son sólo 8 dB de diferencia). Esto va a dar lugar a que la varianza muestral va a ser distinta para cada distancia.

Las observaciones están concentradas sobre un número finito de distancias. Una misma distancia entre el terminal y la baliza puede contener observaciones de distintas posiciones del terminal. Por ejemplo, para la baliza 1 situada en las coordenadas (0,0), una distancia de 2 metros al terminal recoge las observaciones de potencia de las posiciones (0,2) y (2,0). Por este motivo hay menos distancias diferentes que posiciones del nodo.

El rango de distancias es de 2 m hasta 11,66 m para las balizas de las esquinas (balizas 1, 2, 3 y 4), y de 1 m a 7,81 m para las balizas centrales (balizas 5 y 6). Aunque las balizas de las esquinas coinciden con posiciones del terminal, no existen mediciones a distancia de 0 metros, pues no tendrían sentido, por tanto, la distancia mínima es de 2 metros, que corresponde a la separación de las posiciones en la malla de posiciones experimentales del terminal. La distancia mínima para las balizas centrales es de 1 metro por encontrarse entre dos posiciones de la malla. Este valor mínimo hace que se desconozca el comportamiento de la señal de las balizas a distancias más cortas, que es donde más rápido decae la potencia con la distancia. La distancia máxima es menor para las balizas centrales por estar más centradas en el escenario.

3.3.2. Media y varianza muestral de las observaciones

Se va a estudiar a continuación la media muestral de las observaciones de potencia recibida para las señales de cada baliza en función de la distancia, así como su desviación típica y su varianza, para caracterizar más detalladamente la aleatoriedad de estas observaciones.

En primer lugar, en la Figura 3.2 se muestra, en una gráfica para cada baliza, la media muestral de las observaciones para cada distancia unidas por una línea negra. Para cada una de estas medias, se muestra en rojo la desviación típica de las observaciones, por encima y por debajo de la media. Cuanto mayor es la desviación típica, más dispersas están las observaciones respecto a la media.

Con estas gráficas se ve más claramente que para las balizas 2, 3 y 6, se tiene una potencia más alta que para las otras balizas. Para las distancias más cortas, la potencia media de estas balizas ronda los -40 dB, mientras que

para las balizas 1, 4 y 5 está en torno a los -60 dB.

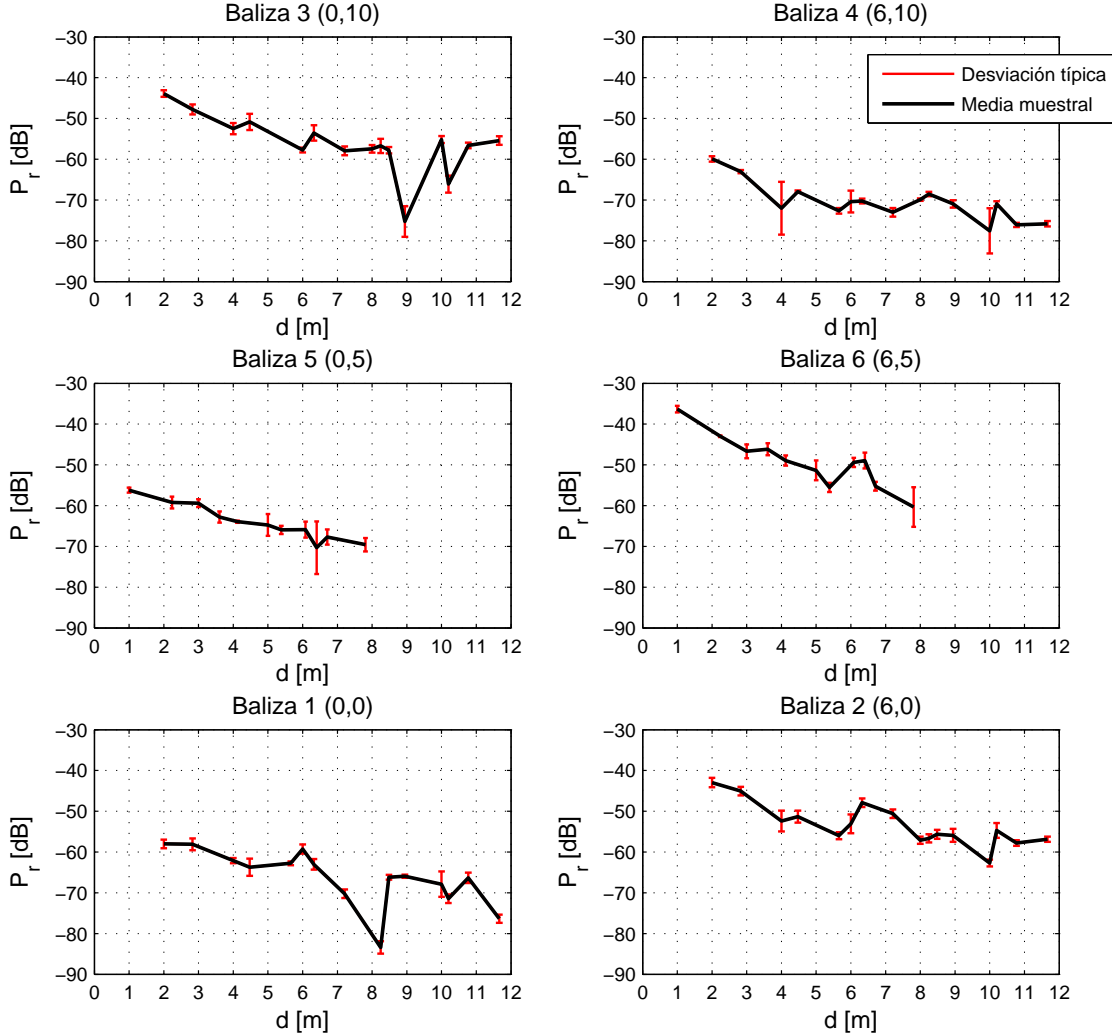


Figura 3.2: Potencia recibida media y desviación típica frente a distancia

Se puede observar que para las balizas 1 y 3, existe una considerable caída de la potencia media de hasta 20 dB a una distancia que ronda los 8,5 metros en ambos casos, volviendo a una potencia más alta al aumentar la distancia. La potencia de la baliza 2 decae de forma algo irregular pero sin tener ninguna desviación típica demasiado alta. Para la baliza 5 en cambio, la potencia media decae de forma bastante regular, pero tiene una desviación típica bastante alta (de $\pm 6,48$ dB) para una distancia de 6,4 metros. En la baliza 4 se tiene una gran desviación típica en distancias de 4 y 10 metros, de $\pm 6,48$ dB y $\pm 6,47$ dB respectivamente, y en la baliza 6 pasa lo mismo,

con una desviación de $\pm 4,7$ dB en la distancia más alejada, 7,8 metros.

En la Figura 3.3 están representadas como círculos negros las varianzas muestrales de las observaciones para cada baliza en función de la distancia. La varianza muestral es la desviación típica al cuadrado, por lo que se ven acentuados los puntos donde había una desviación típica alta. Estos picos de varianza elevada los podemos localizar en las gráficas de las balizas 4, 5 y 6.

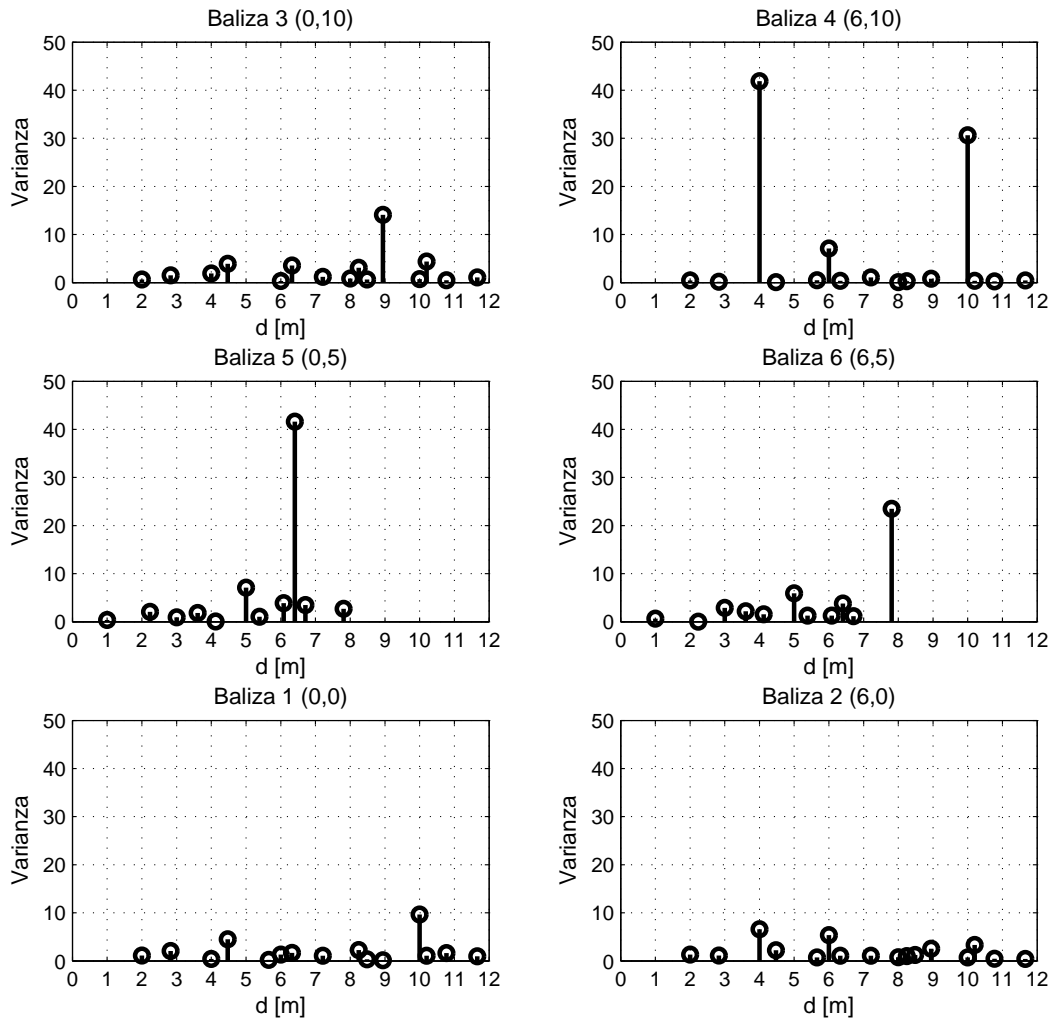


Figura 3.3: Varianza de la potencia recibida en función de la distancia

Todos estos picos de varianza elevada y las irregularidades en la caída de la potencia con la distancia van a suponer una dificultad a la hora de estimar la posición del terminal, pues dan lugar a que una determinada potencia pueda corresponder a diferentes distancias y, por lo tanto, a distintas posiciones.

3.3.3. Histogramas de las observaciones

Para buscar las modas estadísticas de las observaciones de potencia o, lo que es lo mismo, los valores de potencia recibida que aparecen con mayor frecuencia para una misma distancia, se van a mostrar a continuación los histogramas de potencia recibida por el terminal para la señal de cada baliza. Se incluye un histograma diferente para cada distancia entre la baliza y el nodo objetivo (esta distancia se indica en metros en el título de cada gráfica en las Figuras 3.4 a 3.9).

Cada histograma muestra el numero de ocurrencias (en el eje de ordenadas) de la observación de una potencia recibida (en el eje de abscisas). Nótese que cada histograma tiene un rango de potencias en el eje de abscisas distinto para que sea posible apreciar la forma de la distribución.

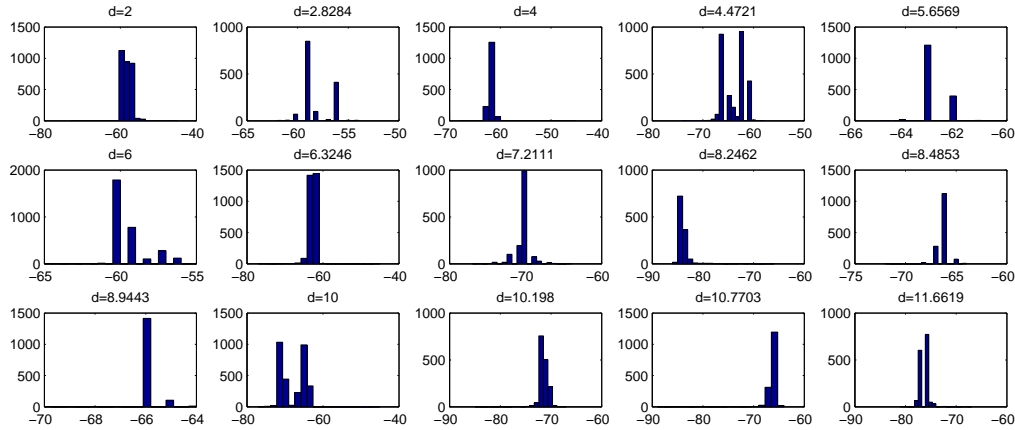


Figura 3.4: Histogramas de las observaciones para la baliza 1

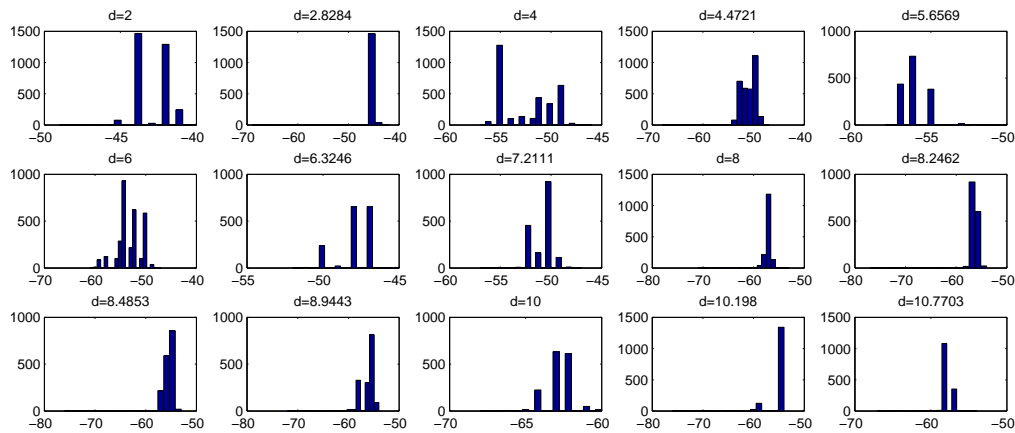


Figura 3.5: Histogramas de las observaciones para la baliza 2

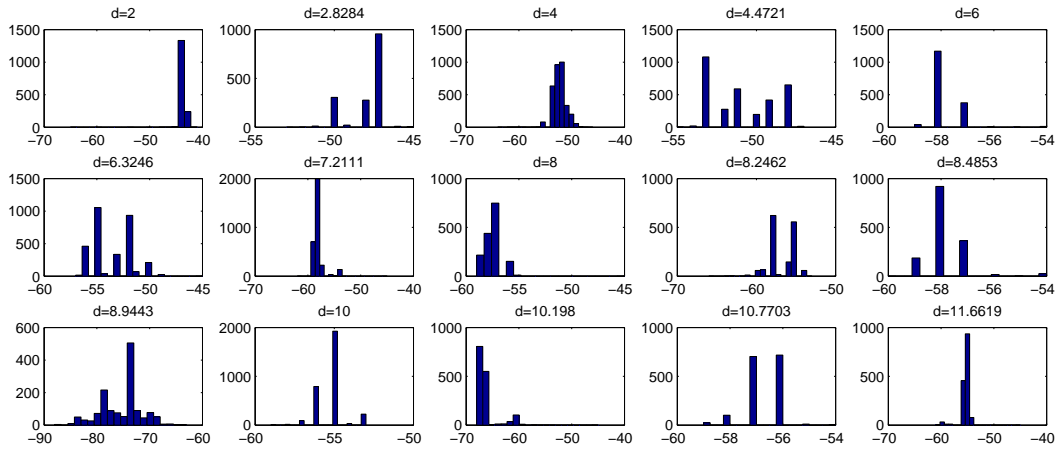


Figura 3.6: Histogramas de las observaciones para la baliza 3

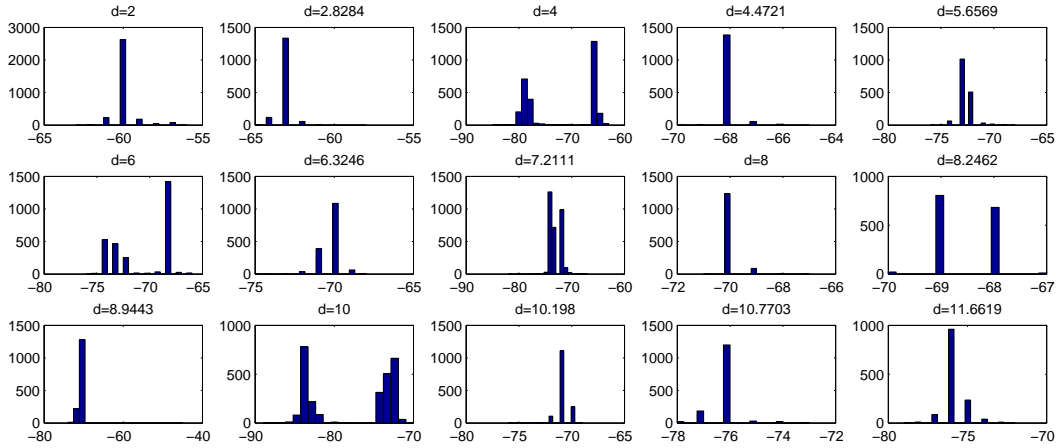


Figura 3.7: Histogramas de las observaciones para la baliza 4

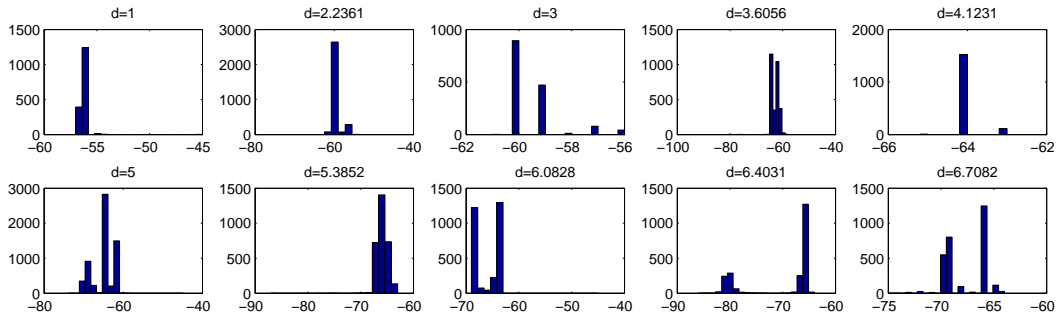


Figura 3.8: Histogramas de las observaciones para la baliza 5

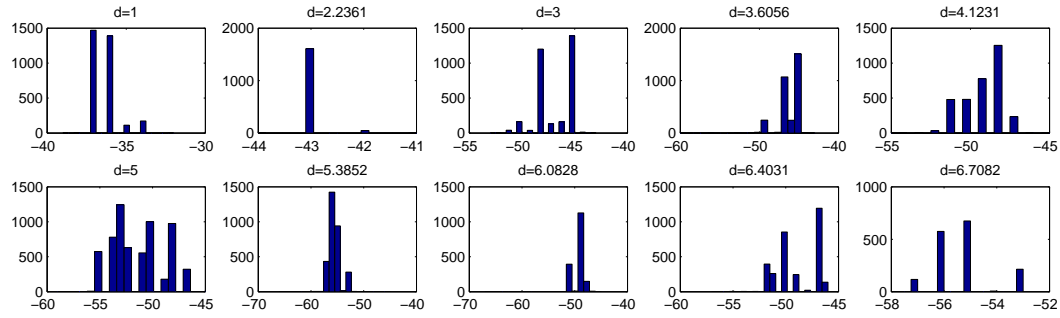


Figura 3.9: Histogramas de las observaciones para la baliza 6

En tabla 3.2 se muestra, para cada baliza, el número total de observaciones (sumando las de todas las distancias) y los histogramas con menor y mayor número de mediciones, donde N_{tot} es el numero total de observaciones, d_{min} y N_{min} son la distancia con menos observaciones y el número mínimo de observaciones, respectivamente, y d_{max} y N_{max} son la distancia con mayor número de observaciones y el número máximo de observaciones.

Baliza	N_{tot}	$d_{min}[m]$	N_{min}	$d_{max}[m]$	N_{max}
1	30.093	8,25	1.191	6,00	3.091
2	29.795	10,77	1.459	4,47	3.210
3	31.341	8,94	1.411	4,00	3.297
4	29.605	8,00	1330	2,00	3.180
5	27.920	3,00	1502	5,00	6.050
6	30.158	6,71	1.589	5,00	6.274

Tabla 3.2: Mínimo y máximo número de observaciones por baliza.

Globalmente, la distancia con menos observaciones es la de 8,25 m para la baliza 1, con 1.191 observaciones, y la distancia que cuenta con mayor número de observaciones es la de 5 m para la baliza 6, con 6.274 observaciones. La baliza con mayor número de mediciones en total es la baliza 3, con 31.341 observaciones, siendo la baliza 5 la que cuenta con menos, con sólo 27.920 observaciones.

Se puede observar en los histogramas anteriores que en muchos casos existe más de una moda. Esto se debe a la dependencia de la señal con el entorno, que da lugar a que se produzcan multitrayectos o efectos de sombra.

Este efecto se puede ver claramente, por ejemplo, en el histograma para distancia de 4 metros de la baliza 4 (correspondiente a una de las distancias con gran varianza), donde existen dos modas, una en -66 dB y otra en -80 dB, dos niveles de potencia bastante diferentes responsables de esa alta varianza.

En los histogramas de la baliza 6 se puede ver el caso de una misma potencia que es una moda para varias distancias, por ejemplo, la potencia de -47 dB es una moda para las distancias de 3,6 m y 6,4 m. Esto da lugar a una incertidumbre a la hora de asignar una distancia a esas potencias, dificultando la labor de localización.

3.4. Estudio de los datos de prueba

Debido a la falta de información en los datos de entrenamiento para distancias cortas, se van a mostrar, en las Figuras 3.10 y 3.11, las observaciones experimentales de la potencia recibida por el nodo objetivo de la señal de cada baliza durante el transcurso de las dos trayectorias de prueba.

En las figuras están representadas las observaciones de cada baliza en un color diferente, mostrándose el valor de potencia en el eje de ordenadas y su evolución en el tiempo en el eje de abscisas.

Se puede ver como, para cada baliza, la potencia crece paulatinamente, llegando a un máximo, y después decrece. Esto se debe a que las trayectorias pasan muy cerca de las balizas, lo que conlleva un máximo de potencia a su paso por éstas. Por ejemplo, en la segunda trayectoria, se puede ver con los máximos de potencia que el nodo comienza muy cerca de la baliza 1, se va acercando a la baliza 2 para luego girar hacia la baliza 6, siguiendo hasta la baliza 4, donde gira hacia la baliza 3, y cuando llega a ésta gira para acercarse hacia la baliza 5, girando otra vez antes de llegar a ésta para acercándose de nuevo a la baliza 6.

En estas figuras parece que existe una saturación en la potencia máxima que alcanzan las señales. Este efecto en realidad se debe a que el terminal móvil se encuentra sobre una mesa-carrito con ruedas y el cambio de dirección no es instantáneo, sino que se tardan unos pocos segundos en girar el carrito, tiempo en el que el terminal permanece casi en la misma posición y por lo tanto manteniéndose, aproximadamente, el nivel de señal.

Se observa en las figuras que el nivel de señal recibido a cortas distancias es muy diferente para cada baliza, alcanzando un valor similar para las balizas 2, 3 y 6, mayor que para el resto. En la Tabla 3.3 se recoge de forma aproximada el nivel máximo de las señales de cada baliza. Cabe considerar que las trayectorias no pasan tan cerca de la baliza 5 como del resto de las

balizas, quedándose el terminal a 1 metro de ésta, por lo que la potencia máxima que pueda alcanzarse será mayor que la mostrada.

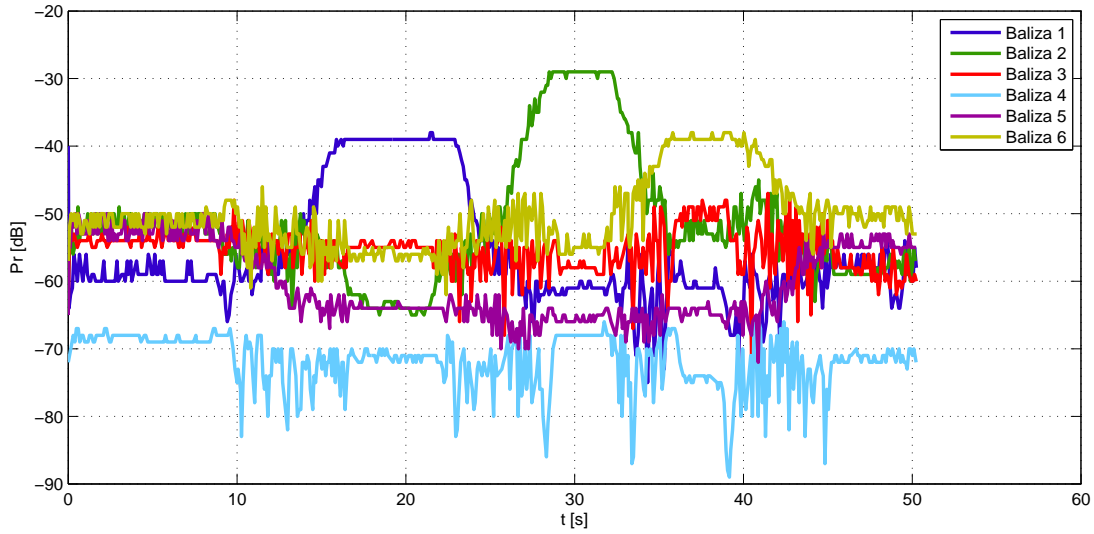


Figura 3.10: Potencias recibidas durante la trayectoria 1 para cada baliza.

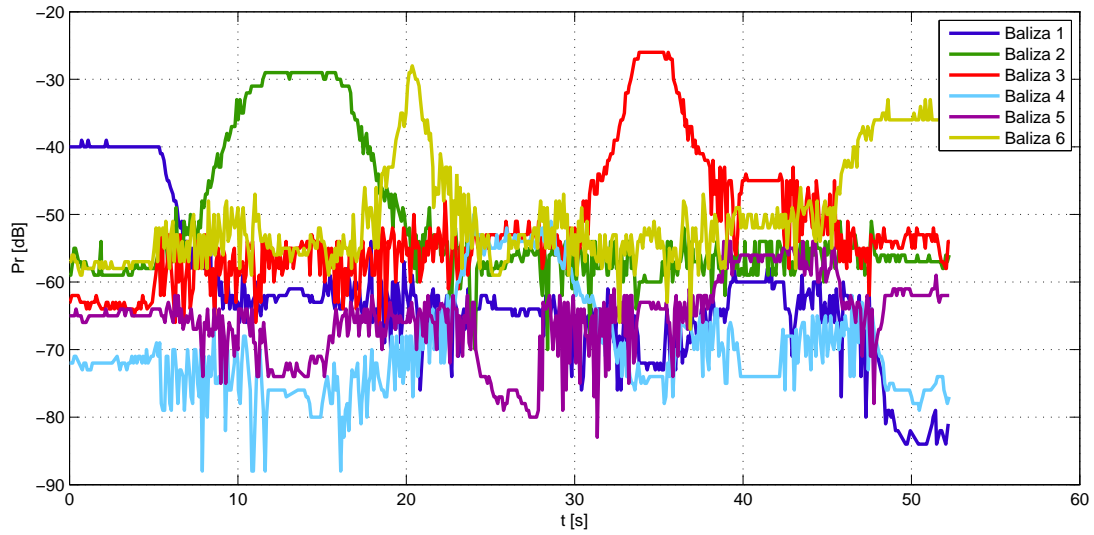


Figura 3.11: Potencias recibidas durante la trayectoria 2 para cada baliza.

Baliza	1	2	3	4	5	6
$P_{r,max}[dB]$	-39	-29	-26	-53	-55	-28

Tabla 3.3: Potencia máxima para cada baliza

3.5. Conclusiones

Gracias al estudio de los datos experimentales se ha podido llegar a algunas conclusiones importantes sobre el comportamiento de las observaciones de potencia recibida en función de la distancia entre el terminal que se quiere localizar y los nodos baliza que transmiten la señal.

Se ha visto en este capítulo que los niveles de potencia recibida son muy diferente para cada baliza, alcanzando un nivel mucho más alto en unos casos respecto a otros.

También se ha observado que para algunas distancias se tienen observaciones con una varianza mucho más alta que para otras.

A su vez se ha detectado que existe multimodalidad en las observaciones de potencia para una misma distancia.

Tanto las altas varianzas como la existencia de múltiples modas van a suponer un problema a la hora de decidir a qué distancia corresponde una potencia dada, lo cual va a dificultar la labor de localización.

Por último, también se ha visto que existe un desconocimiento del comportamiento de los sensores a corta distancia por faltar esta información en los datos de modelización.

Capítulo 4

Modelos numéricos

Se puede estimar la posición de un nodo en una red de sensores en la que existe una serie de nodos baliza que transmiten señales mediante mediciones de potencia recibida por el nodo objetivo, porque éstas dependen de la distancia. Sin embargo, existe incertidumbre tanto en la forma de esta dependencia como en las propias mediciones debido al ruido observacional.

En este capítulo, para afrontar el problema de localización de un nodo móvil en una red de sensores a partir de mediciones de potencia de señales enviadas por nodos baliza, se van a caracterizar tanto el comportamiento dinámico del nodo objetivo como la forma de las observaciones de potencia en función de la distancia a las balizas. Para ello se va a considerar un modelo dinámico que represente el movimiento del nodo y se van a representar las observaciones experimentales mediante distintos métodos.

En primer lugar se van a ver las ecuaciones que describen el estado del nodo objetivo (su posición y su velocidad en cada instante) y la relación de este estado con las observaciones de potencia. A continuación, se explicará el modelo de movimiento del nodo y, posteriormente, se detallará el modelo de observaciones. Profundizando en el modelado de las observaciones en función de la distancia, se ajustarán éstas a un modelo de propagación log-normal clásico y a modelos polinómicos de diferentes grados. Además, se hará un modelado de la varianza de las observaciones en función de la distancia.

4.1. Definición de las ecuaciones del sistema

La mayoría de las aplicaciones de navegación y seguimiento tienen en común el uso de modelos de movimiento y de observación que pueden ser utilizados en varios tipos de algoritmos, con los cuales se realiza la localización.

Vamos a considerar sistemas que se pueden caracterizar mediante modelos dinámicos aleatorios en formato de espacio de estados [1]. Estos modelos se pueden representar por las ecuaciones en diferencias

$$\mathbf{x}_t = f(\mathbf{x}_{t-1}) + \mathbf{u}_t, \quad (4.1)$$

$$\mathbf{y}_t = h(\mathbf{x}_t) + \mathbf{n}_t, \quad (4.2)$$

que son conocidas, respectivamente, como ecuación de estado y ecuación de observación, donde

- \mathbf{x}_t es el vector de estado del sistema;
- \mathbf{u}_t es el vector de ruido del proceso;
- \mathbf{y}_t es el vector de observaciones;
- \mathbf{n}_t es el vector de ruido de observación.

La ecuación de estado relaciona el estado actual del sistema, \mathbf{x}_t , con el estado en el instante anterior, \mathbf{x}_{t-1} (nótese que el modelo es, por tanto, markoviano). El ruido del proceso, \mathbf{u}_t , representa el factor aleatorio del estado dentro de la ecuación en diferencias.

La ecuación de observación relaciona las observaciones del sistema, \mathbf{y}_t , con el estado del mismo, \mathbf{x}_t , donde el ruido de observación, \mathbf{n}_t , representa la aleatoriedad de las observaciones.

En los siguiente apartados se desarrollarán estas ecuaciones, aplicándolas al sistema de localización del nodo objetivo en la red de sensores.

4.2. Modelo de movimiento

Para definir la ecuación de estado de un sistema dinámico, es común modelar el movimiento de un objetivo como un proceso estocástico de Markov en tiempo discreto.

Se parte de las siguientes ecuaciones en diferencias [2]

$$r_{1,t} = r_{1,t-1} + T_t v_{1,t-1} + (T_t^2/2) z_{1,t}, \quad (4.3)$$

$$r_{2,t} = r_{2,t-1} + T_t v_{2,t-1} + (T_t^2/2) z_{2,t}, \quad (4.4)$$

$$v_{1,t} = v_{1,t-1} + T_t v_{1,t-1} + T_t z_{1,t}, \quad (4.5)$$

$$v_{2,t} = v_{2,t-1} + T_t v_{2,t-1} + T_t z_{2,t}, \quad (4.6)$$

donde

- $t \in \mathbb{N}$;

- $r_{1,t}$ y $r_{2,t}$ son las coordenadas de la posición del nodo móvil en cada eje del plano en el instante t ;
- $v_{1,t}$ y $v_{2,t}$ indican la velocidad del nodo en la dirección de cada eje del plano en el instante t ;
- T_t es la diferencia de tiempo entre el instante t y el instante $t - 1$;
- $z_{1,t}$ y $z_{2,t}$ son variables aleatorias independientes que representan la aleatoriedad del movimiento en cada eje de coordenadas, siguiendo una distribución normal de media cero y varianza σ_z^2 : $z_{i,t} \sim N(0, \sigma_z^2)$ para $i = 1, 2$.

Estas ecuaciones en diferencias se pueden escribir de forma matricial con la siguiente expresión:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} r_{1,t} \\ r_{2,t} \\ v_{1,t} \\ v_{2,t} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_t} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & T_t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T_t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_t} \underbrace{\begin{bmatrix} r_{1,t-1} \\ r_{2,t-1} \\ v_{1,t-1} \\ v_{2,t-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{t-1}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{T_t^2}{2} z_{1,t} \\ \frac{T_t^2}{2} z_{2,t} \\ T_t z_{1,t} \\ T_t z_{2,t} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}_t}. \quad (4.7)$$

De esta manera, se llega finalmente a la ecuación de estado lineal

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}_t \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{u}_t. \quad (4.8)$$

Nótese que en esta ecuación de movimiento se define el vector de estado $\mathbf{x}_t = [x_{1,t}, x_{2,t}, x_{3,t}, x_{4,t}]^T$ (4×1), compuesto por el vector de posición $\mathbf{r}_t = [r_{1,t}, r_{2,t}]^T$ (2×1) y el vector de velocidad $\mathbf{v}_t = [v_{1,t}, v_{2,t}]^T$ (2×1), i.e.,

$$\mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_t \\ \mathbf{v}_t \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

Por comodidad, se usará también la siguiente notación alternativa para las variables de estado:

$$\mathbf{r}_t = \begin{bmatrix} r_{1,t} & r_{2,t} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x_{1,t} & x_{2,t} \end{bmatrix}^T, \quad (4.10)$$

$$\mathbf{v}_t = \begin{bmatrix} v_{1,t} & v_{2,t} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x_{3,t} & x_{4,t} \end{bmatrix}^T. \quad (4.11)$$

A su vez, \mathbf{A}_t es una matriz 4×4 que relaciona de forma lineal el estado actual y el anterior,

$$\mathbf{A}_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T_t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

Por último, queda por definir el vector de ruido del proceso \mathbf{u}_t (4×1), que representa los efectos de aceleraciones desconocidas,

$$\mathbf{u}_t = \begin{bmatrix} \frac{T_t^2}{2} z_{1,t} \\ \frac{T_t^2}{2} z_{2,t} \\ T_t z_{1,t} \\ T_t z_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{T_t^2}{2} \mathbf{I} \\ T_t \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{1,t} \\ z_{2,t} \end{bmatrix}, \quad (4.13)$$

donde \mathbf{I} es una matriz identidad 2×2 .

En relación con la ecuación de estado (4.1), la matriz \mathbf{A}_t es una particularización lineal de la función general $f(\mathbf{x}_{t-1})$, i.e.,

$$\mathbf{x}_t = f(\mathbf{x}_{t-1}) + \mathbf{u}_t = \mathbf{A}_t \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{u}_t.$$

4.3. Modelo de observación

4.3.1. Ecuación de observación

Las observaciones de potencia recibida en función del estado del nodo objetivo en el instante $t \in \mathbb{N}$ siguen una relación que queda definida por la ecuación de observación $\mathbf{y}_t = h(\mathbf{x}_t) + \mathbf{n}_t$.

Como se ha visto en la descripción del modelo de movimiento, en este caso particular el estado del nodo se define como un vector 4×1 \mathbf{x}_t compuesto por un vector 2×1 de posición \mathbf{r}_t y de otro vector 2×1 de velocidad \mathbf{v}_t .

Las observaciones del sistema estudiado son mediciones de potencia recibida por el nodo objetivo de las señales que transmiten los nodos baliza. El vector de observaciones tiene una componente por cada baliza activa en el instante t , pues no en todos los instantes se recibe una trama de todas las balizas. Por lo tanto, si el número de balizas activas es N_t , el vector tiene dimensiones $N_t \times 1$, siendo el número máximo de balizas $N = 6$. En concreto, se obtiene

$$\mathbf{y}_t = [y_{1,t} \ y_{2,t} \ \dots \ y_{N_t,t}]^T. \quad (4.14)$$

El vector de ruido de observación, que representa la aleatoriedad de las mediciones, también es un vector $N_t \times 1$,

$$\mathbf{n}_t = [n_{1,t} \ n_{2,t} \ \dots \ n_{N_t,t}]^T. \quad (4.15)$$

Cada componente del vector de ruido de observación es una variable aleatoria (supuestas independientes) que sigue una distribución de probabilidad normal de media cero y varianza $\sigma_{n,i}^2(d_{i,t})$ dependiente de la distancia entre la baliza i y el objetivo a localizar, $n_{i,t} \sim N(0, \sigma_{n,i}^2(d_{i,t}))$.

La función que relaciona las observaciones con el estado es una aplicación no lineal $h_t: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^{N_t}$,

$$h_t(\mathbf{x}_t) = [h_1(\mathbf{x}_t) \ h_2(\mathbf{x}_t) \ \dots \ h_{N_t}(\mathbf{x}_t)]^T, \quad (4.16)$$

de modo que se puede reescribir la ecuación de observación como

$$\begin{bmatrix} y_{1,t} \\ y_{2,t} \\ \vdots \\ y_{N_t,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(\mathbf{x}_t) \\ h_2(\mathbf{x}_t) \\ \vdots \\ h_{N_t}(\mathbf{x}_t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{1,t} \\ n_{2,t} \\ \vdots \\ n_{N_t,t} \end{bmatrix}. \quad (4.17)$$

Las funciones $h_i(\mathbf{x}_t)$, donde i indica el número de baliza a la que corresponde la observación $y_{i,t}$, van a modelarse a partir de las observaciones experimentales estudiadas en el Capítulo 3. Se van a usar dos aproximaciones para este modelado, en primer lugar se va a hacer una aproximación log-normal, obteniendo las funciones $h_i^{\log}(\mathbf{x}_t)$, y en segundo lugar, se utilizará una aproximación polinómica utilizando polinomios de grado m , obteniendo en este caso las funciones $h_i^{\text{pol},m}(\mathbf{x}_t)$:

Estos modelos relacionan potencia recibida con la distancia entre el objetivo y la baliza. Para obtener su relación con el estado \mathbf{x}_t , sólo hay que expresar la distancia entre la baliza i y el nodo objetivo en función de la posición del nodo \mathbf{r}_t en el instante t y de la posición fija de la baliza \mathbf{s}_i , en concreto

$$d_{i,t} = \|\mathbf{r}_t - \mathbf{s}_i\| = \sqrt{(r_{1,t} - s_{i,1})^2 + (r_{2,t} - s_{i,2})^2}, \quad (4.18)$$

donde se define el vector \mathbf{s}_i que representa las coordenadas de la baliza i , como

$$\mathbf{s}_i = [s_{i,1} \ s_{i,2}]^T. \quad (4.19)$$

A continuación se van a obtener los diferentes modelos de observación a partir de las muestras experimentales. También se realizará un modelado de la varianza de las observaciones en función de la distancia.

4.3.2. Modelo logarítmico

Se va a utilizar un modelo log-normal para aproximar los datos de potencia recibida frente a la distancia. Éste es un modelo clásico de propagación en espacio libre, donde la potencia decae proporcionalmente a la inversa de la distancia al cuadrado (d^{-2}) [3].

En primer lugar se van a definir las características del modelo y sus parámetros, para después ajustar estos parámetros usando las observaciones

experimentales de cada baliza, de forma que se minimice el error de aproximación. Finalmente se representarán las curvas de potencia de los modelos obtenidos y se calculará el error de aproximación resultante en cada caso.

Definición del modelo

El modelo logarítmico de propagación relaciona la potencia recibida con la distancia de la siguiente manera:

$$h^{log}(d) = 10 \log_{10} \left(\frac{P_0}{d^\gamma} \right) \quad (4.20)$$

siendo

- P_0 la potencia a distancia cero,
- d la distancia y
- γ el factor de atenuación de la potencia.

Al desconocerse la potencia a distancia cero, se puede utilizar una distancia de referencia d_0 , resultando

$$\begin{aligned} h^{log}(d) &= 10 \log_{10} \left(\frac{P_0}{d^\gamma} \right) \\ &= 10 \log_{10} \left(\frac{P_0}{d^\gamma} \cdot \frac{d_0^\gamma}{d_0^\gamma} \right) \\ &= \underbrace{10 \log_{10} \left(\frac{P_0}{d_0^\gamma} \right)}_{L_0} + 10 \log_{10} \left(\frac{d_0^\gamma}{d^\gamma} \right) \end{aligned} \quad (4.21)$$

siendo L_0 la potencia recibida a una distancia d_0 . Por lo tanto, el modelo logarítmico queda definido por la ecuación

$$h^{log}(d) = L_0 + 10\gamma \log_{10} \left(\frac{d_0}{d} \right). \quad (4.22)$$

El modelo logarítmico se caracteriza por los parámetros d_0 , L_0 , γ . El parámetro d_0 puede ser elegido como una distancia de observación cualquiera y, a partir de éste, se obtienen los parámetros L_0 y γ de forma que se minimice el error de aproximación a las observaciones, como se describe a continuación.

Cálculo de los parámetros del modelo

Para poder ajustar un modelo logarítmico a las observaciones experimentales, se van a calcular los parámetros \widehat{L}_0 y $\widehat{\gamma}$ que minimizan el error de aproximación cuadrático

$$J(L_0, \gamma) = \sum_{i=1}^l (y_i - h^{\log}(d_i))^2 = \sum_{i=1}^l \left(y_i - L_0 - 10\gamma \log_{10} \left(\frac{d_0}{d} \right) \right)^2, \quad (4.23)$$

i.e., se calculan \widehat{L}_0 y $\widehat{\gamma}$ como

$$(\widehat{L}_0, \widehat{\gamma}) = \arg \min_{L_0, \gamma} J(L_0, \gamma). \quad (4.24)$$

donde y_i es la observación experimental correspondiente a la distancia entre la baliza y el objetivo d_i y l es el número de observaciones.

Para obtener los parámetros que minimizan este error, las derivadas parciales de la función de error $J(L_0, \gamma)$ respecto a los parámetros deben ser iguales a cero.

Derivando primero la función de error respecto a \widehat{L}_0 e igualando a cero, se puede despejar el primer parámetro del modelo, i.e.,

$$\frac{\partial J}{\partial \widehat{L}_0} = \sum_{i=1}^l 2 \left(y_i - \widehat{L}_0 - 10\widehat{\gamma} \log_{10} \left(\frac{d_0}{d_i} \right) \right) \cdot (-1) = 0 \quad (4.25)$$

que implica

$$\widehat{L}_0 = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (y_i) - \widehat{\gamma} \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \left(10 \log_{10} \left(\frac{d_0}{d_i} \right) \right). \quad (4.26)$$

Derivando ahora la función de error respecto a γ e igualando a cero

$$\frac{\partial J}{\partial \widehat{\gamma}} = \sum_{i=1}^l \left(2 \left(y_i - \widehat{L}_0 - 10\gamma \log_{10} \left(\frac{d_0}{d_i} \right) \right) \cdot \left(10 \log_{10} \left(\frac{d_0}{d_i} \right) \right) \right) = 0 \quad (4.27)$$

se obtiene

$$\sum_{i=1}^l y_i 10 \log_{10} \left(\frac{d_0}{d_i} \right) - \widehat{L}_0 \sum_{j=1}^l 10 \log_{10} \left(\frac{d_0}{d_j} \right) - \gamma \sum_{k=1}^l \left(10 \log_{10} \left(\frac{d_0}{d_k} \right) \right)^2 = 0$$

y sustituyendo \widehat{L}_0 en esta ecuación por la expresión obtenida y despejando

$\hat{\gamma}$, se obtiene el segundo parámetro del modelo,

$$\hat{\gamma} = \frac{\frac{1}{l} \sum_{i=1}^l y_i \sum_{j=1}^l 10 \log_{10} \left(\frac{d_0}{d_j} \right) - \sum_{k=1}^l y_k 10 \log_{10} \left(\frac{d_0}{d_k} \right)}{\frac{1}{l} \left(\sum_{i=1}^l 10 \log_{10} \left(\frac{d_0}{d_i} \right) \right)^2 - \sum_{j=1}^l \left(10 \log_{10} \left(\frac{d_0}{d_j} \right) \right)^2}. \quad (4.28)$$

Curvas de ajuste

Aplicando las ecuaciones de los parámetros del modelo logarítmico a las observaciones experimentales de cada baliza se han obtenido los parámetros que se muestran en la Tabla 4.1.

Baliza	$d_0[m]$	$\widehat{L}_0[dB]$	$\hat{\gamma}$
1	2	-56,09	1,88
2	2	-43,88	1,92
3	2	-45,04	2,09
4	2	-61,78	1,83
5	1	-53,99	1,64
6	1	-35,41	2,28

Tabla 4.1: Parámetros experimentales del modelo de observación logarítmico.

Aplicando la expresión del modelo logarítmico (4.22) y utilizando los parámetros experimentales para un rango de distancias entre 0 y 12 metros, se obtienen las curvas de ajuste que relacionan la potencia recibida con la distancia al objetivo para las observaciones de cada baliza. Estas curvas se muestran en la Figura 4.1, en una gráfica para cada baliza, donde las observaciones experimentales se muestran como puntos negros y las curvas de ajuste se muestran en línea continua azul.

Se puede observar como las curvas de ajuste de los modelos pasan por encima de las nubes de puntos de las observaciones, adaptándose a los diferentes niveles de potencia de las balizas. Se ve que, en este modelo, donde más rápido decae la potencia de la señal con la distancia es para distancias menores a 1 metro. Al no haber observaciones a distancias más cortas de 1 o 2 metros, el ajuste en este rango de distancias no necesariamente va a reflejar fielmente el comportamiento real de las señales.

Para conocer si el ajuste del modelo a las observaciones experimentales es bueno, se ha calculado el error de aproximación medio (la media del valor

absoluto de la diferencia entre cada observación a una distancia d , con el valor del modelo para esa misma distancia), mostrándose en la Tabla 4.2.

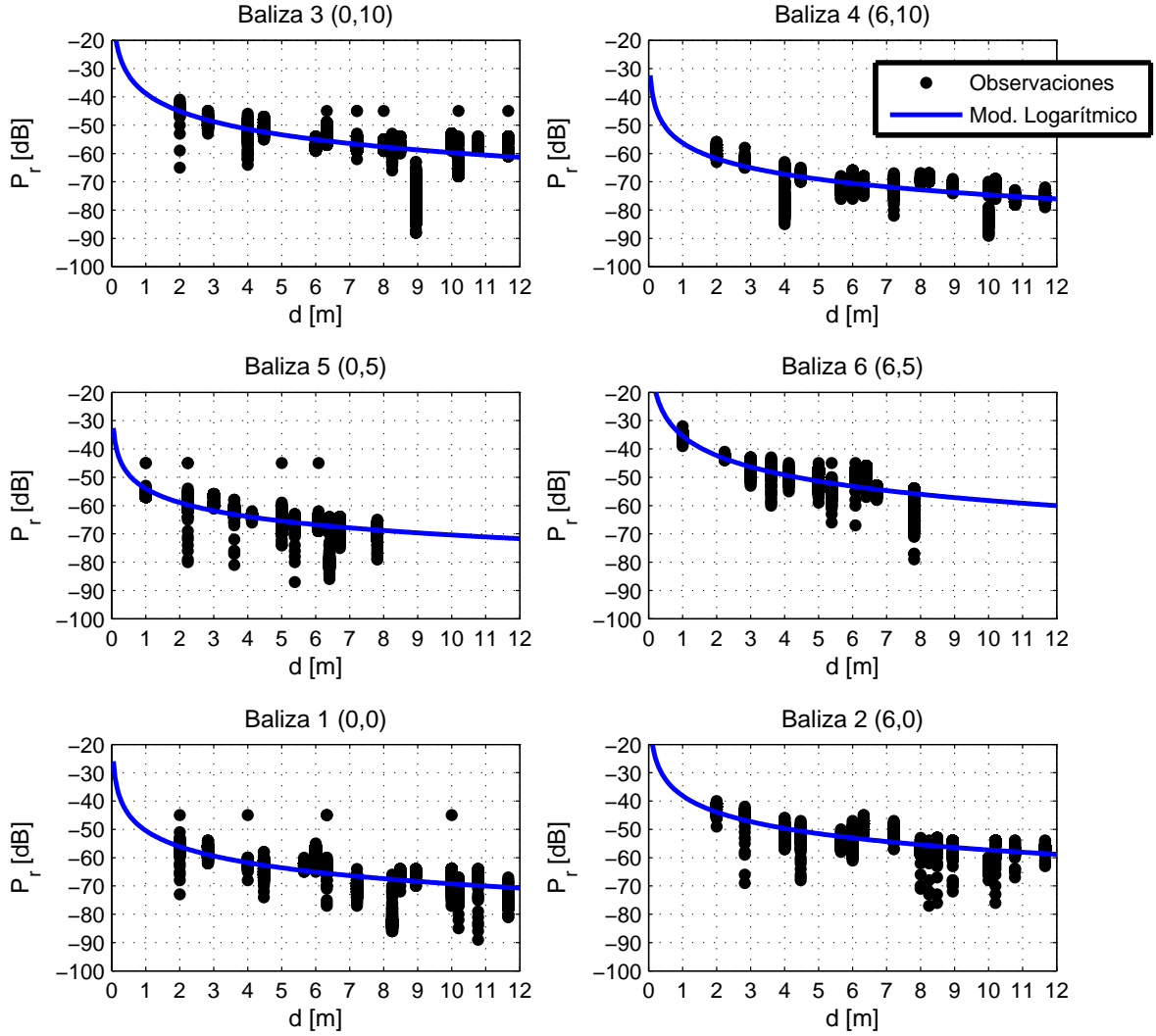


Figura 4.1: Curvas de ajuste del modelo logarítmico

Baliza 1	Baliza 2	Baliza 3	Baliza 4	Baliza 5	Baliza 6
20,798	8,455	22,437	14,554	7,438	11,111

Tabla 4.2: Error de aproximación medio de los modelos logarítmicos en metros.

Se aprecia en estos datos que el error de aproximación varía mucho entre distintas balizas, siendo el error mínimo para el ajuste de las observaciones el de la baliza 5 y el máximo el de las observaciones de la baliza 3. El alto error de la baliza 3 se debe principalmente a las observaciones experimentales para la distancia de 8,94 metros, cuyos valores quedan bastante por debajo del valor de potencia del modelo, pues como se vio al analizar las medias muestrales, en esa distancia había una brusca caída de potencia en las balizas 1 y 3 (precisamente siendo el error de la baliza 1 el segundo mayor).

4.3.3. Modelos Polinómicos

En este apartado se va a utilizar un modelo polinómico para aproximar las observaciones experimentales, debido a la mayor capacidad de adaptación a los datos que tienen estos modelos respecto al modelo logarítmico, pudiéndose modificar el nivel de adaptación simplemente cambiando el grado del polinomio.

Como se hecho para el modelo logarítmico, se comenzará definiendo las características del modelo y sus parámetros, para después calcular estos parámetros a partir de las observaciones experimentales utilizando diferentes grados para el polinomio. Por último se representarán las curvas de potencia de los modelos obtenidos para las observaciones experimentales de cada baliza y se calculará el error de aproximación de cada modelo.

Definición del modelo

Un modelo polinómico que relacione la potencia recibida con la distancia al transmisor seguirá una ecuación del tipo

$$h^{pol,m}(d) = \sum_{k=0}^m (a_k d^k) = a_0 + a_1 d + a_2 d^2 + \dots + a_m d^m, \quad (4.29)$$

siendo

- $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ los parámetros del modelo,
- m el grado del polinomio y
- d la distancia.

Se van a calcular a continuación los parámetros del modelo polinómico de forma que se minimice el error de aproximación a las observaciones experimentales.

Cálculo de los parámetros del modelo

Se van a calcular los parámetros $\widehat{a}_0, \widehat{a}_1, \widehat{a}_2, \dots, \widehat{a}_m$ que minimizan la función cuadrática de error de aproximación

$$J(a_0, a_1, a_2, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^{K_i} |h^{pol,m}(d_i) - y_i^{(j)}|^2, \quad (4.30)$$

i.e., se van a seleccionar

$$(\widehat{a}_0, \widehat{a}_1, \widehat{a}_2, \dots, \widehat{a}_m) = \arg \min_{a_0, \dots, a_m} J(a_0, a_1, a_2, \dots, a_m), \quad (4.31)$$

donde D es el número de distancias distintas (correspondientes a las diferentes posiciones del nodo objetivo en el escenario experimental), K_i es el número de observaciones existentes para cada una de esas distancias, d_i son las diferentes distancias e $y_i^{(j)}$ son cada una de las observaciones para la distancia d_i .

Se obtiene el mínimo error de aproximación igualando a cero las derivadas parciales de la función de error respecto a cada uno de los parámetros. El sistema de ecuaciones que se tiene que resolver es

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \widehat{a}_0} &= \frac{\partial}{\partial \widehat{a}_0} \left[\sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^{K_i} \left(\widehat{a}_0 + \widehat{a}_1 d_i + \widehat{a}_2 d_i^2 + \dots + \widehat{a}_m d_i^m - y_i^{(j)} \right)^2 \right] \\ &= \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^{K_i} 2 \left(\widehat{a}_0 + \widehat{a}_1 d_i + \widehat{a}_2 d_i^2 + \dots + \widehat{a}_m d_i^m - y_i^{(j)} \right) = 0, \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \widehat{a}_1} = \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^{K_i} 2 \left(\widehat{a}_0 + \widehat{a}_1 d_i + \widehat{a}_2 d_i^2 + \dots + \widehat{a}_m d_i^m - y_i^{(j)} \right) d_i = 0, \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \widehat{a}_2} = \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^{K_i} 2 \left(\widehat{a}_0 + \widehat{a}_1 d_i + \widehat{a}_2 d_i^2 + \dots + \widehat{a}_m d_i^m - y_i^{(j)} \right) d_i^2 = 0, \quad (4.34)$$

\vdots

$$\frac{\partial J}{\partial \widehat{a}_m} = \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^{K_i} 2 \left(\widehat{a}_0 + \widehat{a}_1 d_i + \widehat{a}_2 d_i^2 + \dots + \widehat{a}_m d_i^m - y_i^{(j)} \right) d_i^m = 0. \quad (4.35)$$

Para simplificar la notación, se van a expresar las ecuaciones en formato vectorial. Para ello se definen los vectores

$$\mathbf{a} = [a_0 \ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_m]^T, \quad (4.36)$$

$$\mathbf{d}_i = [1 \ d_i \ d_i^2 \ \dots \ d_i^m]^T, \quad (4.37)$$

de forma que la función de error se reduce a

$$\begin{aligned} J(\mathbf{a}) &= \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^{K_i} \left(\mathbf{a}^T \mathbf{d}_i - y_i^{(j)} \right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^{K_i} \left(\mathbf{a}^T \mathbf{d}_i \mathbf{d}_i^T \mathbf{a} - \mathbf{a}^T \mathbf{d}_i y_i^{(j)} - y_i^{(j)} \mathbf{a}^T \mathbf{d}_i + y_i^{(j)2} \right). \end{aligned} \quad (4.38)$$

La matriz de derivadas parciales de la función de error respecto a los parámetros se escribe ahora como

$$\nabla_{\hat{\mathbf{a}}} J(\hat{\mathbf{a}}) = \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^{K_i} \left(2 \mathbf{d}_i \mathbf{d}_i^T \hat{\mathbf{a}} - 2 \mathbf{d}_i y_i^{(j)} \right), \quad (4.39)$$

y resolviendo $\nabla_{\hat{\mathbf{a}}} J(\hat{\mathbf{a}}) = 0$ se obtiene

$$\hat{\mathbf{a}} = \left(\sum_{i=1}^D K_i \mathbf{d}_i \mathbf{d}_i^T \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^{K_i} \mathbf{d}_i y_i^{(j)} \right). \quad (4.40)$$

Curvas de ajuste

Aplicando la ecuación de los parámetros del modelo polinómico de la ecuación (4.40) a las observaciones experimentales de cada baliza, se han obtenido los parámetros para polinomios de grado 1 hasta grado 5, pues para modelos de mayor grado empiezan a presentarse problemas numéricos cuando se invierten las matrices $\sum_{i=1}^D \mathbf{d}_i \mathbf{d}_i^T$.

Utilizando la expresión del modelo polinómico (4.29) utilizando los parámetros experimentales para un rango de distancias entre 0 y 12 metros, se obtienen las curvas de ajuste que relacionan la potencia recibida con la distancia al objetivo para las observaciones de cada baliza. Estas curvas se muestran en la Figura 4.2 en una gráfica para cada baliza, donde las observaciones experimentales se muestran como puntos negros y las curvas de ajuste de los modelos polinómicos de diferentes grados se muestran en línea continua de diferentes colores (azul para grado 1, verde para grado 2, rojo para grado 3, cian para grado 4 y morado para grado 5).

Se puede observar que para distancias fuera del rango de distancias en las que existen observaciones, en muchos casos los modelos suelen tender hacia potencias altas o bajas, aumentándose este efecto al incrementar el grado del polinomio. Para distancias mayores que la distancia máxima, este comportamiento no va a importar demasiado, porque son zonas fuera del escenario experimental. Para distancias menores a la mínima observada, este

efecto sí que va a ser importante, porque caracteriza a la potencia recibida a distancias cercanas a las balizas. Por ejemplo, para las observaciones de la baliza 1, con un modelo polinómico de orden 4 se tiene el efecto de que a cortas distancias se modela una potencia recibida menor que a la distancia mínima de observación, algo que no tiene sentido físico. Lo mismo pasa con este modelo para la baliza 6 y con el modelo de grado 5 para las balizas 4 y 5.

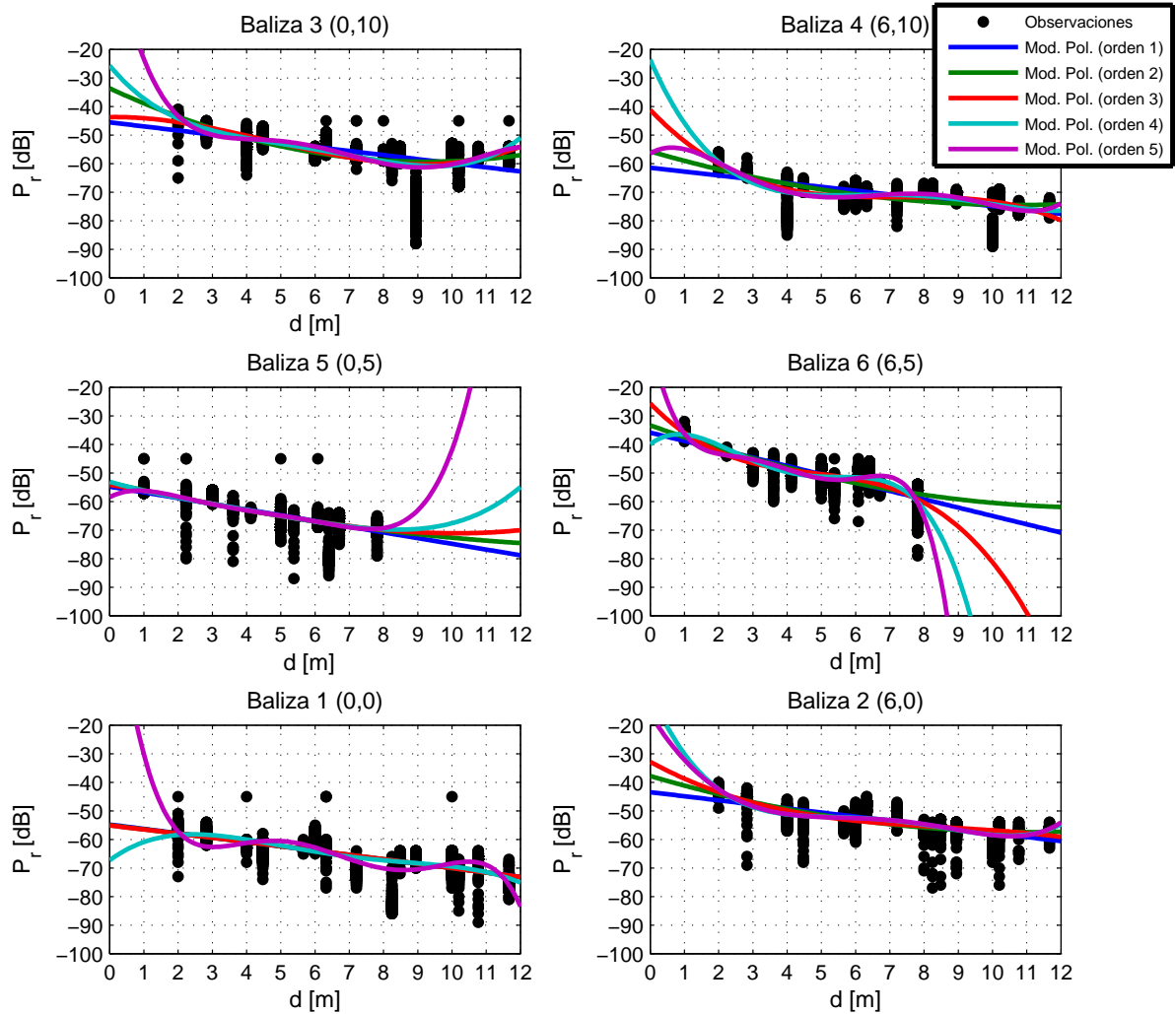


Figura 4.2: Curvas de ajuste de los modelos polinómicos

El error de aproximación de los modelos polinómicos de distintos grados para cada una de las balizas se muestra en la Tabla 4.3.

Orden	Baliza 1	Baliza 2	Baliza 3	Baliza 4	Baliza 5	Baliza 6
1	19,436	10,301	25,131	16,971	6,843	11,420
2	19,434	8,810	20,467	15,328	6,750	10,954
3	19,434	8,513	19,686	12,895	6,741	9,399
4	19,144	7,237	19,064	12,204	6,735	8,356
5	15,578	7,219	18,498	11,876	6,712	7,554

Tabla 4.3: Error de aproximación medio de los modelos polinómicos en metros.

Observando estos datos se puede ver que al aumentar el grado del polinomio el error disminuye en todos los casos, pues los modelos tienen mayor capacidad de adaptación.

Comparando estos errores con los cometidos con el modelo logarítmico, vemos que ya con un modelo polinómico de orden 2 se mejora la aproximación logarítmica para casi todas las balizas, siendo a partir de un orden 4 cuando se mejora todos los casos.

Hay que tener en cuenta que aunque el error de aproximación sea cada vez menor, se corre el riesgo de sobreajustar a los datos, perdiéndose generalidad en el modelo.

4.3.4. Interpolación de la varianza de observación

Como se ha visto en la ecuación de observación, cada componente del vector de ruido de observación es una variable aleatoria que sigue una distribución de probabilidad normal de media cero y varianza $\sigma_{n,i}^2(d_{i,t})$ dependiente de la distancia de la observación i .

Esta varianza para los modelos de observación se va a obtener interpolando la varianza empírica de las observaciones de cada distancia disponible, para cada baliza, para poder tener una relación continua de la varianza con la distancia.

Se va a utilizar la varianza calculada respecto a la media muestral de las observaciones, en lugar de hacerlo respecto al valor de potencia marcado por los modelos obtenidos en la sección anterior, puesto que en este segundo caso las varianzas resultantes son en muchos casos demasiado elevadas, resultando poco útiles para utilizarlas con los algoritmos de seguimiento.

Se va a realizar concretamente una interpolación polinómica por *splines* cúbicos [4], un tipo de interpolación polinómica segmentaria que proporciona una suavización de la función.

Por la falta de información de los modelos a distancias menores de un

metro o dos metros, según el caso, se va a fijar una varianza $\sigma_0^2 = 2$ para distancia cero, para tener un valor de referencia en la interpolación. Además se fija una varianza mínima $\sigma_{min}^2 = 0,1$, para contar siempre con una varianza lo suficientemente alta que permita el correcto funcionamiento de los algoritmos de seguimiento.

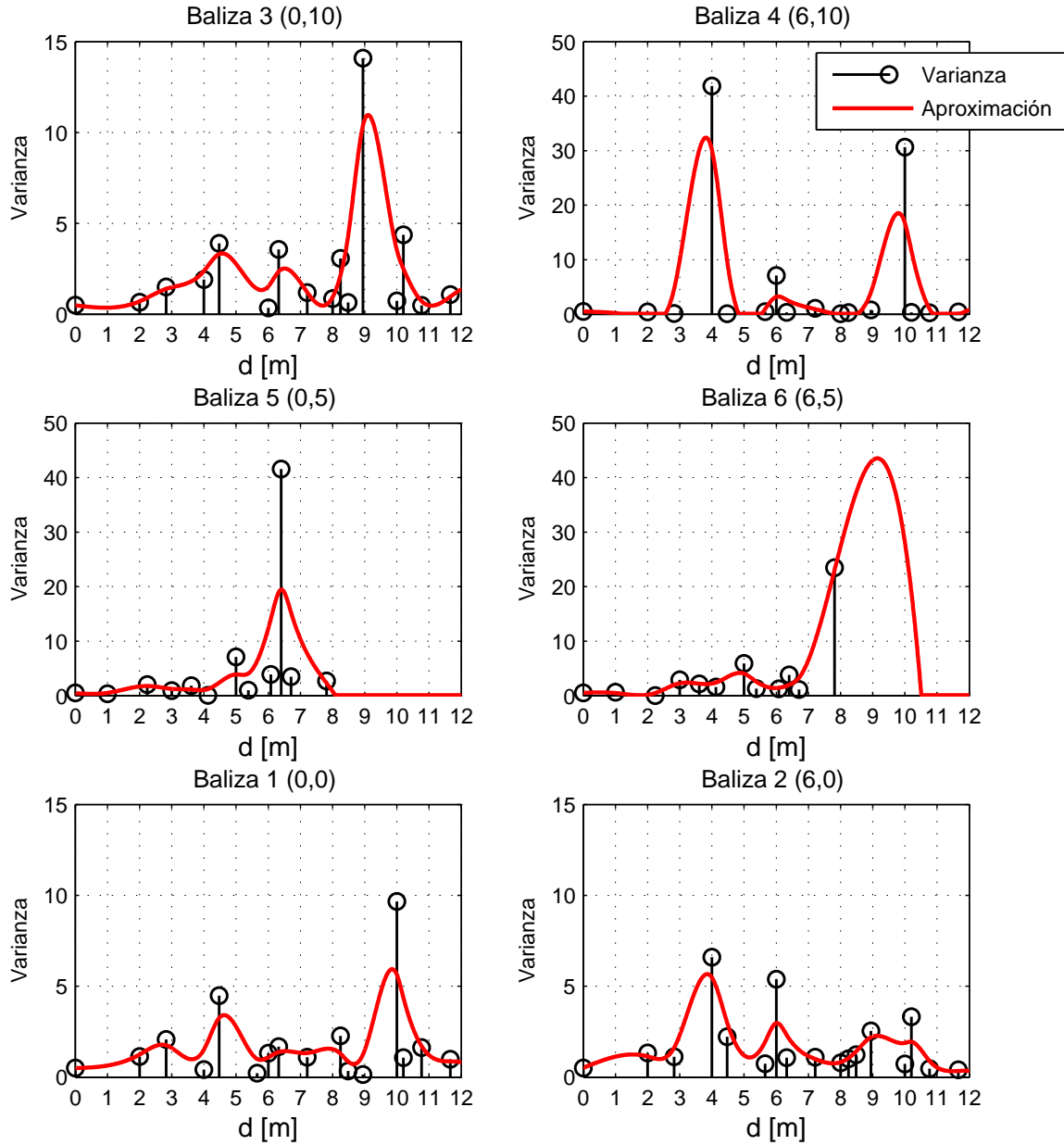


Figura 4.3: Interpolación de las varianzas

En la Figura 4.3 se muestran la interpolación de las varianzas muestrales de cada uno de las balizas con las restricciones antes mencionadas. Se representa la varianza muestral de las observaciones para cada distancia como círculos negros y la interpolación por *splines* con una línea continua de color rojo.

Se puede observar que con la interpolación por *splines* se suavizan los picos de varianza elevada. Por ejemplo, para las observaciones de la baliza 5, en 6,4 metros el pico de varianza pasa de valer 42 sin interpolar a 19 con interpolación por *splines*.

4.4. Conclusiones

En este capítulo se ha caracterizado el comportamiento dinámico del nodo objetivo y se ha modelado el comportamiento de las observaciones de potencia en función de la distancia a las balizas.

Se ha visto que el modelo dinámico del sistema viene definido por la ecuación de estado que relaciona el estado actual del sistema (su posición y su velocidad en cada instante) con el estado en el instante anterior, y que el ruido del proceso representa los efectos de aceleraciones desconocidas.

También se ha explicado cómo relaciona la ecuación de observación las observaciones de potencia recibida por el nodo objetivo con el estado del mismo. Se han calculado varios modelos para la ecuación de observación y se ha interpolado la varianza muestral de las observaciones para utilizarla con el modelo.

Se ha utilizado primero un modelo log-normal para aproximar los datos de potencia recibida frente a la distancia, por ser un modelo clásico de propagación en espacio libre [3]. En este modelo, donde más rápido decae la potencia de la señal con la distancia es para distancia menores a 1 metro, rango para el cual no hay observaciones, por lo que los modelos no necesariamente reflejan fielmente la potencia recibida en este tramo de distancia.

En segundo lugar se ha utilizado un modelo polinómico por su capacidad de adaptación a los datos. Se han probado varios grados para el polinomio de aproximación, obteniéndose diferentes modelos. Se ha visto que para distancias fuera del rango de distancias en las que existen observaciones, los modelos suelen tender hacia potencias altas o bajas, aumentándose este efecto al incrementar el grado del polinomio. Para distancias menores a la mínima, este efecto es importante porque se puede modelar una potencia recibida a cortas distancias menor que a la distancia mínima de observación, algo que no tiene sentido físico. Se ha comprobado además que al aumentar el grado

del polinomio el error de aproximación disminuye, pero se corre el riesgo de sobreajustar a los datos, perdiéndose generalidad en el modelo. Comparando los dos tipos de modelos, se ha observado que un modelo polinómico de orden 2 aproxima mejor los datos de casi todos los sensores y que con uno de orden 4 se comete un error menor que con modelo logarítmico en todos los casos.

Finalmente, respecto a la interpolación de la varianza del modelo de observación para cada baliza en función de la distancia, se ha utilizado la varianza respecto a la media muestral, por tener unos valores más razonables que la varianza respecto a los modelos y se ha realizado una interpolación polinómica por splines cúbicos que suaviza las varianzas altas.

Capítulo 5

Algoritmos de localización y navegación

Para localizar y seguir la posición de un nodo en una red de sensores se utilizan algoritmos que estiman el estado del sistema a partir de las observaciones disponibles.

En este capítulo se van a estudiar dos algoritmos de filtrado para estimar la posición y la velocidad de un nodo objetivo a partir de observaciones de potencia: el filtro de Kalman en su versión extendida y un filtro de partículas.

Estos filtros utilizan las ecuaciones de estado y de observación que gobiernan el sistema, vistas en el Capítulo 4,

$$\mathbf{x}_t = f(\mathbf{x}_{t-1}) + \mathbf{u}_t, \quad (5.1)$$

$$\mathbf{y}_t = h(\mathbf{x}_t) + \mathbf{n}_t, \quad (5.2)$$

para estimar la posición del nodo.

De forma general, los filtros estiman el estado \mathbf{x}_t de un proceso que cambia con el tiempo a partir de las observaciones \mathbf{y}_t . Los términos \mathbf{u}_t y \mathbf{n}_t son vectores aleatorios que representan, respectivamente, el ruido del proceso y el ruido de la observación.

En primer lugar, se van a desarrollar los algoritmos de localización y seguimiento que van a utilizarse, el filtro de Kalman extendido y el filtro de partículas, haciéndose una introducción a cada uno de estos filtros y detallando los pasos que siguen para estimar el estado del sistema. A continuación se verán dos ejemplos simples del uso de los algoritmos. Finalmente se adaptarán las ecuaciones de estado y de observación específicas del problema de localización planteado, realizándose una linealización de los modelos de observación para poder utilizarse con el filtro de Kalman extendido.

5.1. Filtro de Kalman Extendido

5.1.1. Introducción al Filtro de Kalman

El filtro de Kalman, o KF (*Kalman Filter*), es una solución recursiva al problema de filtrado lineal de datos discretos, publicado por R.E. Kalman en el año 1960 [5]. Este filtro ha sido muy utilizado en sistemas de navegación asistida.

El Filtro de Kalman consiste en una serie de ecuaciones matemáticas que proporcionan una eficiente solución computacional recursiva al problema de filtrado en un sistema lineal, soportando la estimación de estados pasados, presentes y futuros, aun cuando se desconoce de manera precisa la naturaleza del sistema modelado.

Con este algoritmo se puede afrontar el problema general de estimar el estado de un sistema estocástico lineal gobernado por las ecuaciones de estado y observación

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{u}_{t-1}, \quad (5.3)$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H}\mathbf{x}_t + \mathbf{n}_t, \quad (5.4)$$

donde

- $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^n$ es el estado de un proceso discreto que cambia con el tiempo;
- $\mathbf{y}_t \in \mathbb{R}^m$ son las observaciones del sistema;
- \mathbf{A} es una matriz $n \times n$ que relaciona el estado anterior con el actual;
- \mathbf{H} es una matriz $m \times n$ que relaciona el estado actual y con las observaciones;
- \mathbf{u}_t es el ruido del proceso, con distribución de probabilidad normal de media nula y matriz de covarianza \mathbf{Q}_t : $p(\mathbf{u}_t) = N(\mathbf{u}_t|\mathbf{0}, \mathbf{Q}_t)$;
- \mathbf{n}_t es el ruido de observación, con distribución de probabilidad normal de media nula y matriz de covarianza \mathbf{R}_t : $p(\mathbf{n}_t) = N(\mathbf{n}_t|\mathbf{0}, \mathbf{R}_t)$.

El problema de este tipo de filtro se tiene cuando el sistema que se quiere estimar no es lineal, ya sea en la ecuación de estado, o como es nuestro caso, en la ecuación de observación.

El filtro de Kalman basado en linealizar las relaciones del sistema es conocido como filtro de Kalman extendido o EKF (Extended Kalman Filter) [1].

Se puede linealizar la estimación, de forma parecida a una serie de Taylor, alrededor de la estimación actual, utilizando las derivadas parciales de la ecuaciones de estado y de observación.

Partiendo de las ecuaciones del sistema no lineal (ecuaciones (5.1) y (5.2)), se pueden aproximar los vectores de estado y observación como

$$\tilde{\mathbf{x}}_t = f(\hat{\mathbf{x}}_{t-1}), \quad (5.5)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_t = h(\hat{\mathbf{x}}_t), \quad (5.6)$$

donde $\hat{\mathbf{x}}_t$ se conoce como la estimación *a posteriori* del estado, a partir del estado en el instante anterior.

Así, el sistema de ecuaciones que gobierna el sistema queda de la siguiente forma:

$$\mathbf{x}_t \simeq \tilde{\mathbf{x}}_t + \mathbf{F}_t(\mathbf{x}_{t-1} - \tilde{\mathbf{x}}_{t-1}) + \mathbf{u}_{t-1}, \quad (5.7)$$

$$\mathbf{y}_t \simeq \tilde{\mathbf{y}}_t + \mathbf{H}_t(\mathbf{x}_t - \tilde{\mathbf{x}}_t) + \mathbf{n}_t. \quad (5.8)$$

En las ecuaciones anteriores, \mathbf{F}_t y \mathbf{H}_t son las matrices Jacobianas de derivadas parciales de f y h respecto al estado estimado *a priori*, es decir, son una linealización de estas funciones. Las componentes de estas matrices se pueden definir como

$$\mathbf{F}_{t[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\tilde{\mathbf{x}}_{t-1}), \quad (5.9)$$

$$\mathbf{H}_{t[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\tilde{\mathbf{x}}_t). \quad (5.10)$$

donde $\mathbf{F}_{t[i,j]}$ y $\mathbf{H}_{t[i,j]}$ son las componentes correspondientes a la fila i y columna j de las matrices \mathbf{F}_t y \mathbf{H}_t , $f_{[i]}$ y $h_{[i]}$ son las componentes i de las funciones f y h y, finalmente, $x_{[j]}$ es la componente j del vector de estado.

5.1.2. Fases del algoritmo

Suponiendo una función densidad de probabilidad *a priori* gaussiana y conocida para el estado inicial, $\mathbf{x}_0 \sim N(\mathbf{x}_0|\hat{\mathbf{x}}_0, \mathbf{P}_0)$, el algoritmo que sigue el filtro de Kalman extendido es el siguiente:

■ Actualización del tiempo (o “Predicción”)

1. Cálculo del estado actual $\hat{\mathbf{x}}_t$ *a priori*:

$$\hat{\mathbf{x}}_t^- = f(\hat{\mathbf{x}}_{t-1}) \quad (5.11)$$

2. Cálculo de la covarianza del error actual \mathbf{P}_t *a priori*:

$$\mathbf{P}_t^- = \mathbf{F}_t \mathbf{P}_{t-1} \mathbf{F}_t^T + \mathbf{Q}_{t-1} \quad (5.12)$$

■ Actualización de la observación (o “Corrección”)

1. Obtención de la ganancia de Kalman \mathbf{K}_t :

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_t^- \mathbf{H}_t^T (\mathbf{H}_t \mathbf{P}_t^- \mathbf{H}_t^T + \mathbf{R}_t)^{-1} \quad (5.13)$$

2. Actualización de la estimación $\hat{\mathbf{x}}_t$ con la observación \mathbf{y}_t :

$$\hat{\mathbf{x}}_t = \hat{\mathbf{x}}_t^- + \mathbf{K}_t (\mathbf{y}_t - h(\hat{\mathbf{x}}_t^-)) \quad (5.14)$$

3. Actualización de la covarianza del error:

$$\mathbf{P}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t) \mathbf{P}_t^- \quad (5.15)$$

5.2. Filtro de partículas

5.2.1. Introducción al filtro de partículas

El filtro de partículas (PF, *Particle Filter*) [6] es un método para el procesamiento secuencial de señales, basado en la teoría Bayesiana, empleado para estimar el estado de un sistema que cambia a lo largo del tiempo. Esta técnica tiene muchas aplicaciones en la ciencia y en la ingeniería y es además especialmente útil para su aplicación en procesos no lineales y/o no Gaussianos.

Se trata de un método secuencial de Monte Carlo cuya idea básica es el cálculo recursivo de distribuciones de probabilidad relevantes utilizando los conceptos de *muestreo enfatizado* (*importance sampling*) y de aproximación de distribuciones de probabilidad a partir de muestras discretas aleatorias.

El método de filtrado de partículas se ha convertido en un importante alternativa al filtro de Kalman extendido. La ventaja del filtro de partículas sobre otros métodos es que no implica linealizaciones alrededor de las estimaciones actuales, sino aproximaciones en la representación de las distribuciones.

El objetivo del filtro es estimar la distribución del estado \mathbf{x}_t de forma recursiva a partir de las observaciones $\mathbf{y}_{1:t} = \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_t$ del sistema definido por las ecuaciones (5.1) y (5.2), i.e., se calcula recursivamente una aproximación de $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t})$ para $t = 1, 2, \dots$

En el filtro de partículas, las distribuciones se aproximan por muestras discretas aleatorias definidas por *partículas* o *muestras* $\mathbf{x}_t^{(i)}$, y por los *pesos* $\omega_t^{(i)}$ asociados a esas partículas. Si la distribución de interés es $p(\mathbf{x})$, su aproximación es

$$\mathcal{X}_t = \{\mathbf{x}_t^{(i)}, \omega_t^{(i)}\}_{i=1}^M, \quad (5.16)$$

donde M es el número de partículas. De esta manera, \mathcal{X}_t aproxima a la distribución $p(\mathbf{x}_t)$ como

$$p(\mathbf{x}_t) \simeq p_M(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t}) = \sum_{i=1}^M \omega_t^{(i)} \delta(\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_t^{(i)}). \quad (5.17)$$

donde $\delta(\cdot)$ representa la función generalizada delta de Dirac. Con esta aproximación, el cálculo de la esperanza $E[h(\mathbf{x}_t)]$, que implica integraciones complicadas, queda reducido a simples sumas,

$$\begin{aligned} E[h(\mathbf{x}_t)] &= \int_{\mathbf{x}} h(\mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t}) d\mathbf{x}_t \\ &\simeq \int_{\mathbf{x}} h(\mathbf{x}_t) p_M(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t}) d\mathbf{x}_t \\ &= \int_{\mathbf{x}} h(\mathbf{x}_t) \left(\sum_{i=1}^M \omega_t^{(i)} \delta(\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_t^{(i)}) \right) d\mathbf{x}_t \\ &= \sum_{i=1}^M \omega_t^{(i)} \int_{\mathbf{x}} h(\mathbf{x}_t) \delta(\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_t^{(i)}) d\mathbf{x}_t \\ &= \sum_{i=1}^M \omega_t^{(i)} h(\mathbf{x}_t^{(i)}), \end{aligned} \quad (5.18)$$

donde se cumple que

$$\sum_{i=1}^M \omega_t^{(i)} = 1. \quad (5.19)$$

Para obtener el filtro de partículas estándar (*Bootstrap Filter*) [7], se puede hacer el siguiente desarrollo de la distribución de probabilidad *a posteriori*. En primer lugar, siguiendo el teorema de Bayes, la distribución de probabilidad *a posteriori* de \mathbf{x}_t es

$$p(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t}) = \frac{p(\mathbf{y}_t|\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_{1:t-1}) p(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t-1})}{p(\mathbf{y}_t|\mathbf{y}_{1:t-1})}, \quad (5.20)$$

y puesto que $p(\mathbf{y}_t|\mathbf{y}_{1:t-1})$ es constante respecto a \mathbf{x}_t ,

$$p(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t}) \propto p(\mathbf{y}_t|\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_{1:t-1}) p(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t-1}), \quad (5.21)$$

Así mismo, por la independencia condicional de las observaciones, se obtiene que

$$p(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t}) \propto p(\mathbf{y}_t|\mathbf{x}_t)p(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t-1}). \quad (5.22)$$

Desarrollando la distribución marginal de $p(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t-1})$,

$$p(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t}) \propto p(\mathbf{y}_t|\mathbf{x}_t) \int p(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t-1}|\mathbf{y}_{1:t-1})d\mathbf{x}_{t-1}, \quad (5.23)$$

y, por la definición de probabilidad condicional,

$$p(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t}) \propto p(\mathbf{y}_t|\mathbf{x}_t) \int p(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{y}_{1:t-1})p(\mathbf{x}_{t-1}|\mathbf{y}_{1:t-1})d\mathbf{x}_{t-1}. \quad (5.24)$$

Finalmente, al ser el proceso \mathbf{x}_t markoviano de primer orden, se obtiene la expresión

$$p(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t}) \propto p(\mathbf{y}_t|\mathbf{x}_t) \int p(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1})p(\mathbf{x}_{t-1}|\mathbf{y}_{1:t-1})d\mathbf{x}_{t-1}. \quad (5.25)$$

Si en el instante $t - 1$ se tiene la aproximación

$$p_M(\mathbf{x}_{t-1}|\mathbf{y}_{1:t-1}) = \sum_{i=1}^M \omega_{t-1}^{(i)} \delta(\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}_{t-1}^{(i)}), \quad (5.26)$$

entonces en el instante t se puede construir una aproximación de la función de densidad de probabilidad de filtrado de la forma

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t}) &\propto p(\mathbf{y}_t|\mathbf{x}_t) \int p(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}) \sum_{i=1}^M \omega_{t-1}^{(i)} \delta(\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}_{t-1}^{(i)})d\mathbf{x}_{t-1} \\ &= p(\mathbf{y}_t|\mathbf{x}_t) \sum_{i=1}^M \omega_{t-1}^{(i)} \int \delta(\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}_{t-1}^{(i)})p(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1})d\mathbf{x}_{t-1} \\ &= p(\mathbf{y}_t|\mathbf{x}_t) \sum_{i=1}^M \omega_{t-1}^{(i)} p(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}^{(i)}). \end{aligned} \quad (5.27)$$

5.2.2. Fases del algoritmo

Los pasos que sigue el filtro de partículas, para $i = 1, \dots, M$ y para cada instante t , son los siguientes:

1. **Inicialización:** Muestreo de la distribución *a priori*,

$$\mathbf{x}_0^{(i)} \sim p(\mathbf{x}_0), \quad i = 1, \dots, M, \quad (5.28)$$

$$\omega_t^{(i)} = \frac{1}{M}. \quad (5.29)$$

2. **Etapa recursiva:** Se da más peso a las partículas con mayor verosimilitud (*Importance Sampling*),

$$\tilde{\omega}_t^{(i)} = p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t^{(i)}), \quad (5.30)$$

$$\omega_t^{(i)} = \frac{\tilde{\omega}_t^{(i)}}{\sum_{k=1}^M \tilde{\omega}_t^{(k)}}. \quad (5.31)$$

3. **Estimación:** Se estima el estado a partir de las partículas y sus pesos,

$$\hat{\mathbf{x}}_t = \sum_{i=1}^M \omega_t^{(i)} \mathbf{x}_t^{(i)}. \quad (5.32)$$

4. **Predicción:** Se calculan las partículas del siguiente paso,

$$\mathbf{x}_{t+1}^{(i)} \sim \sum_{k=1}^M \omega_t^{(k)} p(\mathbf{x}_{t+1} | \mathbf{x}_t^{(k)}). \quad (5.33)$$

5.3. Ejemplos de aplicación de los algoritmos

A continuación se van a aplicar el filtros de Kalman y el filtro de partículas en dos ejemplos simples en el que el estado y las observaciones son unidimensionales. El primer ejemplo es un caso en el que tanto la ecuación de estado y la ecuación de observación son lineales, por lo que se podrá utilizar el filtro de Kalman. En segundo ejemplo, sin embargo, la ecuación de observación es no lineal, por lo que se tendrá que utilizar el filtro de Kalman extendido.

5.3.1. Ejemplo unidimensional lineal

El primer ejemplo que se va a ver del uso de los algoritmos es un caso lineal y discreto, donde el estado x_k y las observaciones y_k son unidimensionales, en un sistema gobernado por las ecuaciones

$$x_k = x_{k-1} + u_{k-1}, \quad (5.34)$$

$$y_k = \frac{1}{5}x_k + n_k, \quad (5.35)$$

donde el ruido del proceso y de las observaciones tienen una distribución de probabilidad normal de media cero y varianza unidad.

$$p(u_k) = N(u_k | 0, 1) \quad (5.36)$$

$$p(n_k) = N(n_k | 0, 1) \quad (5.37)$$

En la Figura 5.1 se representa una simulación, de 500 instantes de tiempo (eje de abscisas), de la estimación para el sistema descrito, utilizando un filtro de Kalman simple y un filtro de partículas de 1000 partículas. En la figura se muestra el estado del sistema en el tiempo como una línea negra continua, las observaciones como puntos amarillos, y las estimaciones del estado utilizando el filtro de Kalman y el filtro de partículas, respectivamente, como una línea roja y como una línea azul.

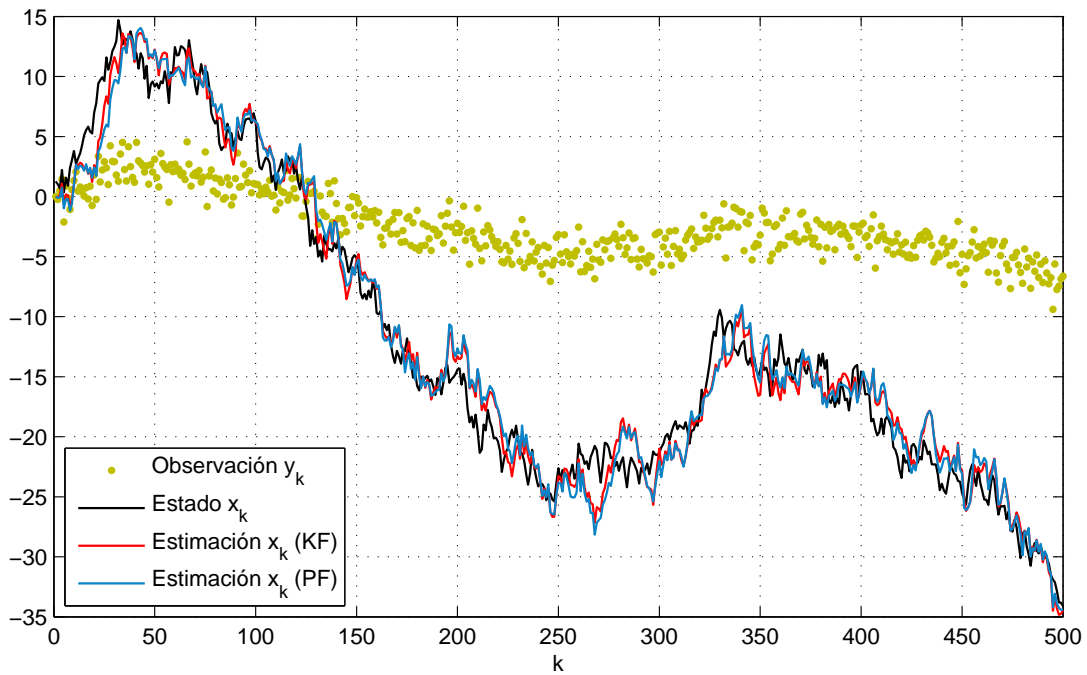


Figura 5.1: Ejemplo unidimensional lineal.

Realizando 500 simulaciones y calculando la media del error de estimación de cada filtro, se obtienen los errores mostrados en la Tabla 5.1.

Se puede ver que para este sistema, el error es muy similar utilizando ambos algoritmos, al ser un sistema lineal muy sencillo.

Filtro	Error	Varianza del error
KF	1,689	0,0149
PF	1,695	0,0153

Tabla 5.1: Error ejemplo lineal

5.3.2. Ejemplo unidimensional no lineal

El segundo ejemplo es un caso no lineal donde el estado x_k y las observaciones y_k son también unidimensionales, en un sistema gobernado por las ecuaciones

$$x_k = x_{k-1} + u_{k-1}, \quad (5.38)$$

$$y_k = e^{x_k} + n_k, \quad (5.39)$$

donde el ruido del proceso y de las observaciones tienen una distribución de probabilidad normal de media cero y varianza Q y R , respectivamente,

$$p(u_k) = N(u_k|0, Q = 0,1), \quad (5.40)$$

$$p(n_k) = N(n_k|0, R = 1). \quad (5.41)$$

Al ser un sistema no lineal (por la ecuación de observación), se tendrá que hacer uso del filtro de Kalman extendido y para ello habrá que linealizar el sistema.

Las funciones f y h que relacionan, respectivamente, el estado anterior con el estado actual, y el estado actual con la observación, son

$$f(x_{k-1}) = x_{k-1}, \quad (5.42)$$

$$h(x_k) = e^{x_k}. \quad (5.43)$$

Como las funciones son unidimensionales y no cambian con el tiempo, se tienen las matrices Jacobianas de derivadas parciales \mathbf{F} y \mathbf{H} respectivamente, ambas de dimensión 1×1 , por la unidimensionalidad del vector de estado y del vector de observación

$$\mathbf{F} = \frac{\partial f}{\partial x}(\hat{x}_{k-1}^-) = \hat{x}_{k-1}^-, \quad (5.44)$$

$$\mathbf{H} = \frac{\partial h}{\partial x}(\hat{x}_k^-) = e^{\hat{x}_k^-}, \quad (5.45)$$

siendo \hat{x}_k^- la estimación del estado actual *a priori* definida por la ecuación (5.11).

Al igual que en el ejemplo anterior, en la Figura 5.2 se muestra una simulación, de 500 instantes de tiempo, de la estimación para el sistema descrito, utilizando un filtro de Kalman extendido y un filtro de partículas de 1000 partículas.

Como se puede observar en la figura, debido al diseño del sistema, cuando el estado toma valores negativos, las observaciones tienden a cero, perdiendo mucha precisión en la estimación del estado.

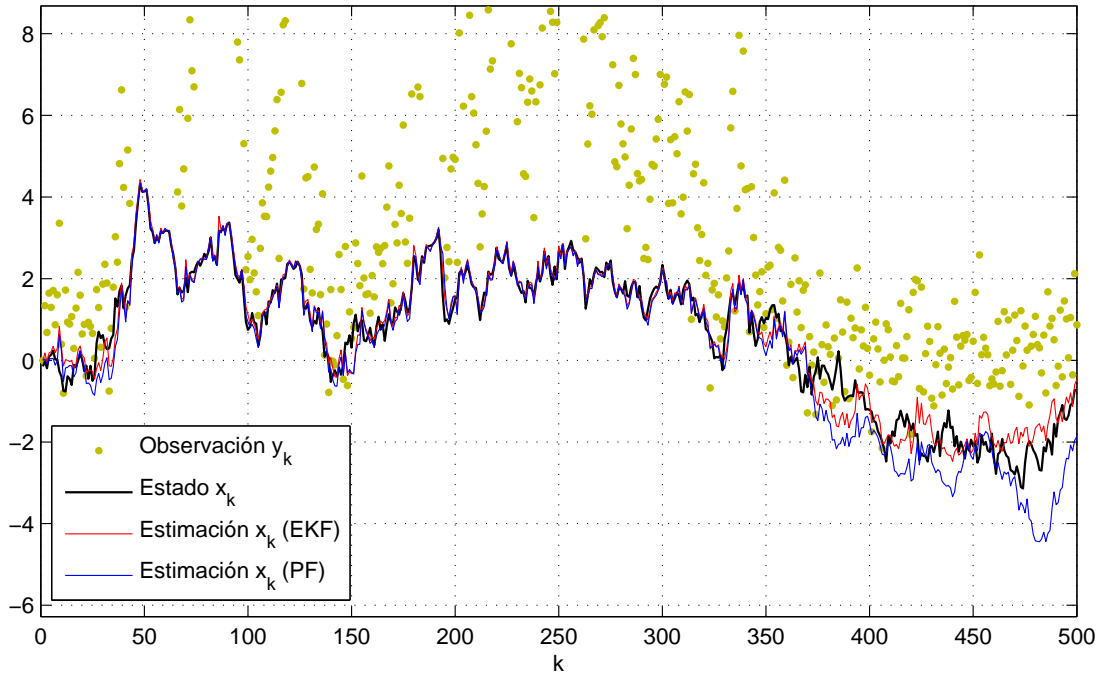


Figura 5.2: Ejemplo unidimensional no lineal.

Realizando 500 simulaciones y calculando la media del error de estimación de cada filtro, se obtienen los errores mostrados en la Tabla 5.2. En este caso el error de estimación del filtro de partículas es menor que el del filtro de Kalman extendido al no tener que linealizar la ecuación de observación. Además en este caso la varianza del error es mucho mayor que en el caso lineal, debido a que hay casos en que se las observaciones tienden a cero y en otros no, variando considerablemente el error según el caso.

Filtro	Error	Varianza del error
EKF	0,984	1,2899
PF	0,949	0,907

Tabla 5.2: Error ejemplo no lineal

5.4. Linealización de los modelos de observación para el EKF

El objetivo de los filtros estudiados en este capítulo es utilizarlos, particularizándolos para el modelo dinámico y los modelos de observación

vistos en el Capítulo 4, con el fin de estimar la posición del nodo objetivo en la red de sensores.

Como el sistema definido no es lineal, se necesita linealizar las ecuaciones que lo definen para poder utilizar el filtro de Kalman extendido. Se deben linealizar las funciones f y h que relacionan, respectivamente, el estado en el instante anterior con el estado actual y el estado actual con las observaciones, calculando las matrices Jacobianas \mathbf{F}_t y \mathbf{H}_t de derivadas parciales respecto al estado estimado *a priori* siguiendo las expresiones de las ecuaciones (5.9) y (5.10).

Como la ecuación de estado es lineal, se puede obtener directamente la primera matriz,

$$\mathbf{F}_t = \mathbf{A}_t, \quad (5.46)$$

donde \mathbf{A}_t es la matriz 4×4 que relaciona de forma lineal el estado actual y el anterior (ecuación (4.12)).

Para la ecuación de las observaciones, se van a linealizar a continuación cada uno de los dos modelos de observaciones utilizados, el modelo logarítmico y el modelo polinómico, que se han obtenido a partir de las observaciones experimentales.

5.4.1. Modelo logarítmico

Particularizando la ecuación (4.22), la función que relaciona el estado del nodo con las observaciones utilizando un modelo logarítmico es:

$$h_i^{\log}(\mathbf{x}_t) = L_0 + 10\gamma \log_{10} \left(\frac{d_0}{d_{i,t}} \right), \quad (5.47)$$

donde L_0 , d_0 y γ son los parámetros del modelo y $d_{i,t}$ es la distancia entre el nodo objetivo y la baliza i (ecuación (4.18)),

$$d_{i,t} = \|\mathbf{r}_t - \mathbf{s}_i\| = \sqrt{(x_{1,t} - s_{i,1})^2 + (x_{2,t} - s_{i,2})^2},$$

siendo $x_{1,t}$ y $x_{2,t}$ las componentes del vector de estado que corresponden a la posición del nodo, y $\mathbf{s}_i = [s_{i,1}, s_{i,2}]^T$ las coordenadas de la baliza i .

Se puede observar que la función sólo depende de la posición del nodo y no de la velocidad del mismo. Al no depender del vector de velocidad $\mathbf{v}_t = [v_{1,t}, v_{2,t}]^T = [x_{3,t}, x_{4,t}]^T$, las derivadas parciales correspondientes a estas componentes del vector de estado son iguales a cero,

$$\mathbf{H}_{t[i,j]}^{\log} = \frac{\partial h_i^{\log}}{\partial x_j}(\tilde{\mathbf{x}}_t) = 0 \quad (j = 3, 4). \quad (5.48)$$

La derivada parcial de la distancia respecto a $x_{j,t}$, para $j = 1, 2$ es

$$\frac{\partial d_{i,t}}{\partial x_{j,t}} = \frac{1}{2\sqrt{(x_{1,t} - s_{i,1})^2 + (x_{2,t} - s_{i,2})^2}} 2(x_{j,t} - s_{i,j}) = \frac{x_{j,t} - s_{i,j}}{d_{i,t}}. \quad (5.49)$$

Calculando las derivadas parciales de h_i^{\log} respecto a $x_{j,t}$, para $j = [1, 2]$, se obtienen el resto de las componentes de la matriz \mathbf{H}_t :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{t[i,j]}^{\log} &= \frac{\partial h_i^{\log}}{\partial x_j}(\tilde{\mathbf{x}}_t) \\ &= 10\gamma \log_{10}(e) \frac{-d_0/\tilde{d}_{i,t}^2}{d_0/\tilde{d}_{i,t}} \cdot \frac{\partial d_{i,t}}{\partial x_j}(\tilde{\mathbf{x}}_t) \\ &= 10\gamma \log_{10}(e) \frac{-d_0/\tilde{d}_{i,t}^2}{d_0/\tilde{d}_{i,t}} \cdot \frac{\tilde{x}_{j,t} - s_{i,j}}{\tilde{d}_{i,t}} \\ &= -10\gamma \log_{10}(e) \cdot \frac{\tilde{x}_{j,t} - s_{i,j}}{\tilde{d}_{i,t}^2} \quad (j = 1, 2), \end{aligned}$$

siendo

$$\tilde{d}_{i,t} = \sqrt{(\tilde{x}_{1,t} - s_{i,1})^2 + (\tilde{x}_{2,t} - s_{i,2})^2}. \quad (5.50)$$

la distancia entre la posición estimada del objetivo y la baliza i .

5.4.2. Modelo Polinómico

En este caso, particularizando la ecuación (4.29), la función que relaciona el estado anterior con la observación en el caso de utilizar un modelo polinómico es

$$h_i^{\text{pol},m}(\mathbf{x}_t) = \sum_{k=0}^m (a_k d_{i,t}^k) = a_0 + a_1 d_{i,t} + a_2 d_{i,t}^2 + \dots + a_m d_{i,t}^m,$$

donde a_k son los parámetros del modelo, m el grado del polinomio y $d_{i,t}$ la distancia entre el nodo objetivo y la baliza i (ecuación (4.18)),

$$d_{i,t} = \|\mathbf{r}_t - \mathbf{s}_i\| = \sqrt{(x_{1,t} - s_{i,1})^2 + (x_{2,t} - s_{i,2})^2}.$$

Como en el modelo logarítmico, al no depender de $x_{3,t}$ ni de $x_{4,t}$, las derivadas parciales correspondientes son iguales a cero:

$$\mathbf{H}_{t[i,j]}^{\text{pol}} = \frac{\partial h_i^{\text{pol}}}{\partial x_j}(\tilde{\mathbf{x}}_t) = 0 \quad (j = 3, 4). \quad (5.51)$$

Calculando las derivadas parciales de $h_i^{pol,m}$ respecto a $x_{j,t}$, para $j = 1, 2$, se obtienen el resto de las componentes de la matriz \mathbf{H}_t :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}_{t[i,j]}^{pol} &= \frac{\partial h_i^{pol}}{\partial x_j}(\tilde{\mathbf{x}}_t) \\
 &= a_1 \frac{\partial d_{i,t}}{\partial x_j}(\tilde{\mathbf{x}}_t) + 2a_2 d \frac{\partial d_{i,t}}{\partial x_j}(\tilde{\mathbf{x}}_t) + \dots + ma_m \tilde{d}_{i,t}^{m-1} \frac{\partial d_{i,t}}{\partial x_j}(\tilde{\mathbf{x}}_t) \\
 &= (a_1 + 2a_2 \tilde{d}_{i,t} + \dots + ma_m \tilde{d}_{i,t}^{m-1}) \frac{\partial d_{i,t}}{\partial x_j}(\tilde{\mathbf{x}}_t) \\
 &= (a_1 + 2a_2 \tilde{d}_{i,t} + \dots + ma_m \tilde{d}_{i,t}^{m-1}) \frac{\tilde{x}_j - s_{i,j}}{\tilde{d}_{i,t}} \quad (j = 1, 2),
 \end{aligned}$$

o, de forma más compacta,

$$\mathbf{H}_{t[i,j]}^{pol} = \sum_{k=1}^m \left(ka_k \tilde{d}_{i,t}^{k-1} \right) \frac{\tilde{x}_j - s_{i,j}}{\tilde{d}_{i,t}} \quad (j = 1, 2). \quad (5.52)$$

5.5. Conclusiones

En este capítulo se han estudiado dos algoritmos de localización y seguimiento, el filtro de Kalman extendido y el filtro de partículas, se han enseñado dos ejemplos simples de su uso y se han linealizado las ecuaciones de estado y de observación específicas del problema de localización planteado para poder utilizarse con el filtro de Kalman extendido.

Se ha visto que el primero de los algoritmos, el filtro de Kalman, sólo puede ser utilizado en sistemas lineales. Para su uso en sistemas no lineales, se requiere el filtro de Kalman extendido. Además, el ruido del proceso y de la observación deben ser gaussianos de media nula en las dos versiones del filtro. En cambio, el filtro de partículas puede ser utilizado en cualquier caso de linealidad y de distribución de probabilidad del ruido.

La principal ventaja del filtro de partículas sobre el filtro de Kalman extendido es que no implica linealizaciones alrededor de las estimaciones actuales, sino aproximaciones en la representación de las distribuciones.

En los ejemplos mostrados en este capítulo, el error de estimación cometido por los algoritmos es similar, pero mientras que en el caso lineal se comete menos error con el filtro de Kalman, en el caso no lineal se obtienen mejores resultados con el filtro de partículas. Esto es debido a que, en el sistema no lineal, hay que linealizar las ecuaciones al utilizar el filtro de Kalman extendido, introduciéndose así un error de linealización.

Capítulo 6

Simulaciones

En este capítulo se van a representar varias simulaciones con los diferentes modelos y algoritmos de localización y seguimiento estudiados en los capítulos anteriores, con el fin de evaluarlos.

En primer lugar se va a calcular el error de estimación del filtro de partículas en función del número de partículas con el objetivo de escoger un número adecuado y así utilizarlo en adelante.

Una vez fijado el número de partículas, se calculará el error de estimación cometido por los algoritmos de localización y seguimiento vistos en el Capítulo 5 para la estimación de la posición de un nodo móvil que sigue diferentes tipos de trayectorias, generando las observaciones de potencia recibida a partir de los modelos de observación obtenidos en el Capítulo 4. Se utilizarán tres tipos de trayectorias: trayectorias aleatorias siguiendo el modelo dinámico planteado en el Capítulo 4 y trayectorias que tratan de reproducir las dos trayectorias experimentales vistas en los Capítulos 2 y 3. Seguidamente se presentarán ejemplos de los resultados obtenidos con estas trayectorias para algunos de los modelos de observación.

Finalmente se emplearán los algoritmos de localización utilizando las observaciones experimentales de prueba y se compararán estos resultados con los obtenidos usando las observaciones generadas a partir de los modelos.

6.1. Simulaciones con datos sintéticos

6.1.1. Número de partículas

En primer lugar, dado uno de los modelos de observación de entre los obtenidos en el Capítulo 4, se van a generar trayectorias aleatorias del nodo objetivo siguiendo el modelo de movimiento visto en el mismo capítulo,

con observaciones de potencia recibida generadas mediante el modelo de observación. Para cada simulación, se va a calcular el error cometido tanto por el filtro de Kalman extendido como por el filtro de partículas. Para el filtro de partículas, en particular, se va a estudiar cómo cambia el error de estimación en función del número de partículas del algoritmo.

Se ha utilizado concretamente un modelo de observación polinómico de orden 2. La varianza de observaciones $\sigma_{n,i}^2(d_{i,t})$ para cada baliza i en función de la distancia es la calculada en el Apartado 4.3.4 a partir de la varianza muestral de las observaciones experimentales. El periodo de tiempo entre observaciones es constante, $T = 0,2$ segundos, y la varianza de las variables aleatorias de la ecuación de movimiento (4.7), $z_{1,t}$ y $z_{2,t}$, es $\sigma_z^2 = 1$.

Para el cálculo del error de estimación se han realizado 500 simulaciones de 500 instantes de tiempo para cada valor de M , siendo M el número de partículas, obteniendo primero el error medio absoluto para cada simulación y luego promediando el error medio del conjunto de simulaciones. Para comparar con el error de estimación del filtro de Kalman extendido, también se han realizado 500 simulaciones de 500 instantes de tiempo para este algoritmo.

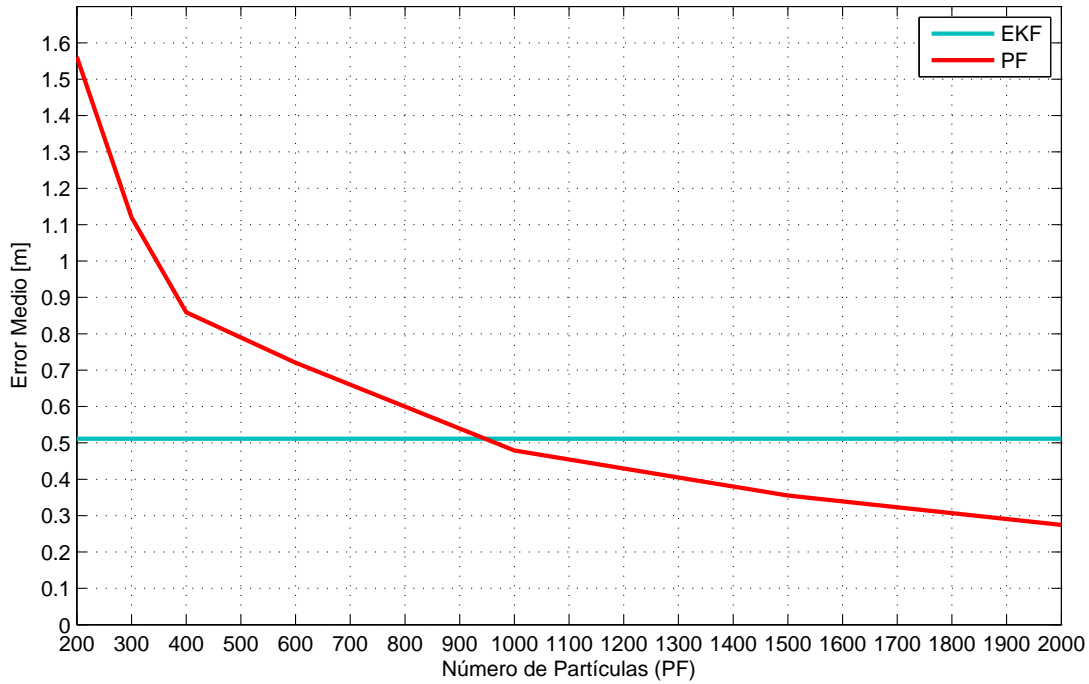


Figura 6.1: Error de estimación en función del número de partículas.

En la Figura 6.1 se muestra la variación del promedio del error de estimación del filtro de partículas con una línea roja, donde el eje de abscisas corresponde al número de partículas. Además aparece en azul el promedio del error del filtro de Kalman extendido, siendo este constante al no depender del número de partículas.

Se puede observar como el error del filtro de partículas desciende al aumentar el número de partículas, disminuyendo rápidamente cuando se tienen todavía pocas partículas y después reduciéndose cada vez más lentamente. El filtro de partículas comienza con un error de 1,55 metros con 200 partículas, mejorando al error de 0,51 metros del filtro de Kalman extendido a partir de 950 partículas y llegando a un error de 0,27 metros al utilizar 2.000 partículas. Este error continuará bajando al aumentar el número de partículas hasta alcanzar un límite a partir del cual no se consiguen mejoras apreciables. Esta cota del error se puede calcular numéricamente usando los métodos en [8].

Se debe encontrar un término adecuado para el número de partículas a utilizar, pues aunque al aumentar la cantidad de partículas el error cometido es menor, también aumenta la carga computacional del algoritmo. Se van a utilizar de aquí en adelante 2.000 partículas para el filtro, pues es un número aceptable por su carga computacional, con el se consigue buena estimación, con un error menor que el filtro de Kalman extendido.

6.1.2. Error de estimación de los algoritmos

Una vez escogido el número de partículas, se ha calculado el error cometido por el filtro de partículas y el filtro de Kalman extendido para la estimación de la posición de un nodo móvil que sigue diferentes tipos de trayectorias.

El primer tipo de trayectoria del nodo móvil es un movimiento aleatorio que sigue el modelo dinámico planteado por la ecuación de estado (4.7). El segundo y tercer tipo de trayectorias reproducen las dos trayectorias de prueba con las que se recogieron las observaciones experimentales.

Se han realizado 100 simulaciones de cada tipo de trayectoria para cada uno de los modelos de observaciones. Los modelos utilizados han sido un modelo logarítmico y varios modelos polinómicos, donde el grado del polinomio va desde orden 1 hasta orden 5.

En estas simulaciones, la varianza de las observaciones para cada baliza en función de la distancia también es la calculada a partir de la varianza muestral de las observaciones experimentales. El periodo de tiempo entre observaciones es $T = 0,2$ segundos y la varianza de las variables aleatorias de la ecuación de movimiento es $\sigma_z^2 = 1$.

Tras realizar las 100 simulaciones para cada caso, se ha calculado el promedio del error de estimación medio de cada simulación, en metros, y la varianza de este error, mostrándose dichos valores en la Tabla 6.1 para las estimaciones del filtro de Kalman extendido y en la Tabla 6.2 para las estimaciones del filtro de partículas, utilizando 2.000 partículas en todos los casos. El número de instantes de tiempo depende de la trayectoria, siendo de 500 instantes para las trayectorias aleatorias y de 250 y 260 instantes, respectivamente, para la primera y la segunda trayectorias experimentales, para alcanzar en estos casos el total de 50 y 52 segundos que duran al utilizar una separación entre las observaciones de 0,2 segundos.

<u>EKF</u>	Mov. Aleatorio		Trayectoria 1		Trayectoria 2	
	<i>Error</i>	<i>Var.</i>	<i>Error</i>	<i>Var.</i>	<i>Error</i>	<i>Var.</i>
Mod. Logarít.	0,459	0,0122	0,510	0,0260	0,855	0,0686
Mod. Pol. (1)	0,348	0,0045	0,402	0,0030	0,433	0,0055
Mod. Pol. (2)	0,402	0,0116	0,404	0,0028	0,449	0,0123
Mod. Pol. (3)	0,325	0,0134	0,369	0,0020	0,417	0,0087
Mod. Pol. (4)	0,554	0,5709	0,464	0,0594	1,317	2,9132
Mod. Pol. (5)	0,548	0,6680	0,548	0,1131	2,525	3,5609

Tabla 6.1: Error de estimación (en metros) y varianza del error para el EKF.

<u>PF</u>	Mov. Aleatorio		Trayectoria 1		Trayectoria 2	
	<i>Error</i>	<i>Var.</i>	<i>Error</i>	<i>Var.</i>	<i>Error</i>	<i>Var.</i>
Mod. Logarít.	0,364	0,6377	0,401	0,0012	0,327	0,0013
Mod. Pol. (1)	0,243	0,5070	0,396	0,0010	0,350	0,0005
Mod. Pol. (2)	0,229	0,5898	0,398	0,0011	0,321	0,0007
Mod. Pol. (3)	0,242	0,5189	0,395	0,0010	0,332	0,0057
Mod. Pol. (4)	0,279	0,6012	0,378	0,0010	0,430	0,5658
Mod. Pol. (5)	0,309	0,8050	0,379	0,1331	0,319	0,3510

Tabla 6.2: Error de estimación (en metros) y varianza del error para el PF.

Además, en la Figura 6.2, se muestran los histogramas del error absoluto medio para las trayectorias aleatorias, donde los histogramas de la izquierda, en azul, representan la frecuencia del error para el filtro de Kalman extendido y, los de la derecha, en rojo, para el filtro de partículas, con un histograma para cada uno de los modelos de observación cuyo nombre está indicado en el nombre del histograma. En el eje de abscisas está representado el error absoluto medio en metros y, en el eje de ordenadas, la frecuencia de aparición.

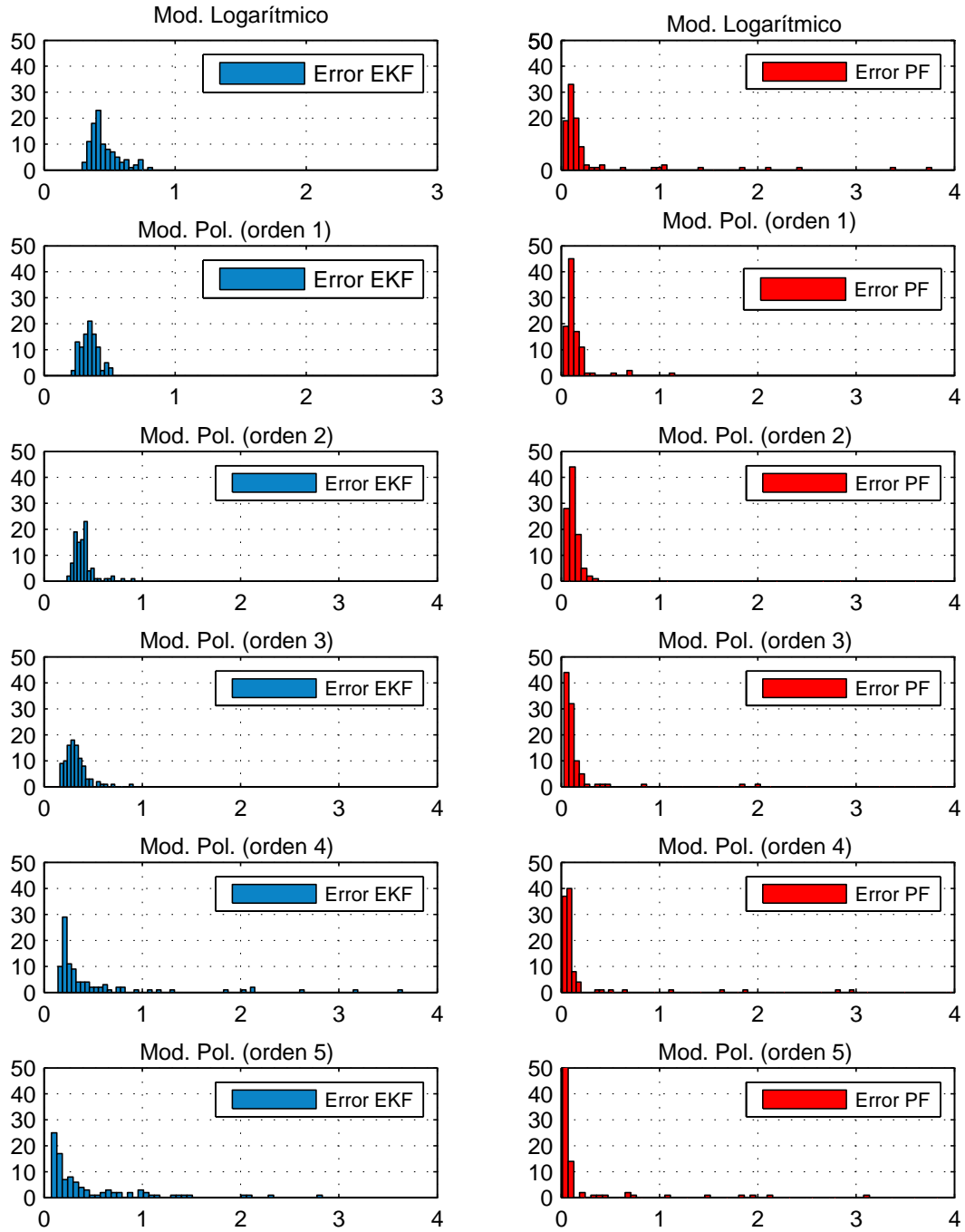


Figura 6.2: Histogramas de error para las trayectorias aleatorias.

A partir de los resultados de las tablas, se puede concluir que el filtro de partículas realiza una mejor estimación de la posición del nodo objetivo prácticamente para todos los casos de modelos de observación y de trayectorias.

Se puede observar en los histogramas de las trayectorias aleatorias para el modelo logarítmico y para los modelos polinómicos de orden 1 a 3, que la varianza del error es baja con el filtro de Kalman extendido, mientras que para los otros modelos con este algoritmo y para todos los modelos con el filtro de partículas, existen valores atípicos que hacen que se incremente la varianza del error.

En términos de error medio, el modelo de observación con que mejor funciona el filtro de Kalman extendido es el modelo polinómico de orden 3, ya que se consigue el menor error para los tres tipos de trayectorias. Para el filtro de partículas no está tan claro, pues para la trayectoria aleatoria, el menor error se consigue cuando se trata con un modelo polinómico de orden 2, para la primera trayectorias experimental se consigue para el modelo polinómico de orden 4 y, para la segunda trayectoria experimental, se consigue también con el modelo polinómico de orden 2, pues aunque el de orden 5 tiene un error medio menor, su varianza es mucho más alta que el de orden 2. Aun así, el modelo polinómico de orden 3 se encuentra entre los que mejores resultados dan para el filtro de partículas, siendo el segundo mejor para las trayectorias aleatorias y para la primera trayectoria de prueba y, el tercer mejor, para la segunda trayectoria. Con el filtro de Kalman extendido los peores resultados se producen al utilizar los modelos polinómicos de orden 4 y orden 5. Esto puede deberse a que en estos casos la potencia recibida para algunas balizas se modela de tal forma que para distancias cortas se tiene una potencia menor que para distancias más largas, pudiendo ser más robusto el filtro de partículas ante este problema.

Para el filtro de partículas, el modelo logarítmico es el que peores resultados da con las trayectorias aleatorias y con la primera trayectoria de prueba, después del modelo polinómico de orden 5 en ambos casos, sin destacar en los resultados de la segunda trayectoria de prueba. Con el filtro de Kalman extendido el resultado es en general peor que al utilizar modelos polinómicos de primer, segundo y tercer orden.

De forma general, la varianza del error es menor para el filtro de partículas que para el filtro de Kalman extendido con las dos trayectorias de prueba, mientras que para las trayectorias aleatorias, el filtro de partículas parece tener mayor varianza en el error medio.

Se puede observar que, en general, el error de estimación medio es menor con las trayectorias aleatorias que con las trayectorias experimentales. Esto es debido a que los algoritmos trabajan con la misma ecuación dinámica con la

cual se genera el movimiento del nodo objetivo en las trayectorias aleatorias, mientras que las trayectorias experimentales simuladas están generadas de forma que el nodo avanza siempre a la misma velocidad en línea recta, realizando cambios de dirección instantáneos que suponen no linealidades que no recogen los modelos de movimiento utilizados.

Algo llamativo es que con el filtro de Kalman extendido el error para la primera trayectoria experimental es menor que para la segunda trayectoria con todos los modelos de datos, mientras que con el filtro de partículas ocurre justamente lo contrario.

Se va a escoger el modelo polinómico de orden 3 para los ejemplos de las trayectorias y para las pruebas con observaciones experimentales por funcionar relativamente bien al utilizarlo con ambos algoritmos y, además, el modelo logarítmico para hacer una comparación con el modelo polinómico. Seguidamente se van a representar un ejemplo para cada uno de los tres tipos de trayectorias para los dos modelos de observaciones mencionados, donde el resto de parámetros de simulación son los mismos que los usados para calcular los errores de las tablas anteriores.

6.1.3. Ejemplo: una trayectoria aleatoria

El primer ejemplo que se va a mostrar es un caso de trayectoria aleatoria siguiendo el modelo dinámico planteado por la ecuación de estado donde las observaciones de potencia se generan sintéticamente a partir del modelo de observación polinómico de orden 3 y del modelo logarítmico.

En las simulaciones realizadas con trayectorias aleatorias existe una no linealidad en la ecuación de movimiento del nodo objetivo, dado que se está limitando la posición del mismo dentro de un recinto ligeramente mayor que el escenario para que el objetivo no se aleje de la zona abarcada por observaciones experimentales, de forma que se acota esta posición en ambos ejes de coordenadas, imponiéndose que $x_{1,t} \in [-1, 7]$ y $x_{2,t} \in [-1, 11]$.

Modelo polinómico de tercer orden

La Figura 6.3 corresponde a una simulación de 500 instantes de tiempo donde el nodo objetivo se mueve siguiendo una trayectoria aleatoria, para el modelo de observación polinómico de orden 3. En la gráfica izquierda se muestra el escenario experimental donde los nodos baliza están representados como círculos de color azul oscuro, la trayectoria seguida por el nodo objetivo está representada por una línea continua negra y las estimaciones de la posición del nodo en cada instante de tiempo realizadas con los algoritmos de seguimiento se muestran como una línea continua de color azul para el

caso del filtro de Kalman extendido y como una línea continua de color rojo en el caso del filtro de partículas. En la gráfica derecha se muestra el error de estimación absoluto correspondiente para cada instante de tiempo (eje de abscisas) para cada uno de los algoritmos, que al igual que en la otra gráfica, se muestran con una línea azul para el error del filtro de Kalman extendido y como una línea continua roja para el error del filtro de partículas.

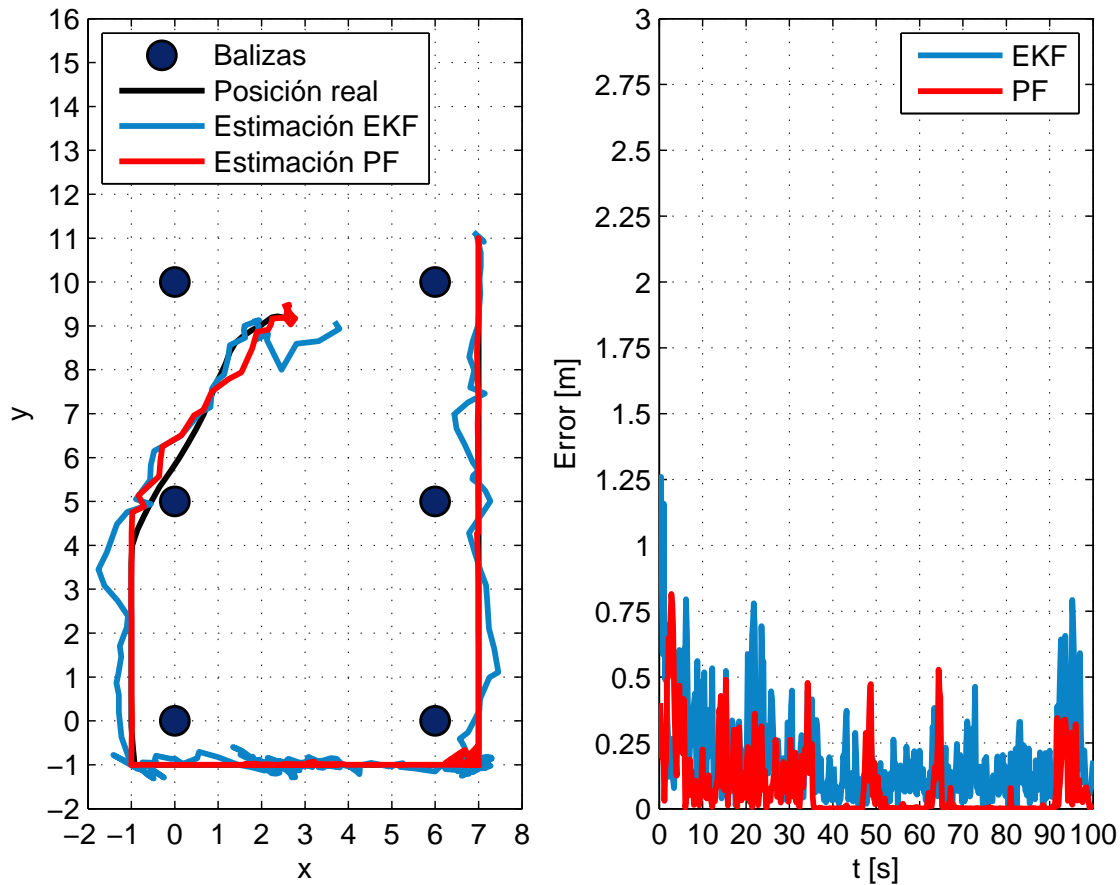


Figura 6.3: Ejemplo de trayectoria aleatoria, modelo polinómico de orden 3.

El movimiento aleatorio del nodo objetivo a dado lugar en esta simulación a una trayectoria que comienza en las coordenadas (2, 5, 9, 5), en metros, moviéndose hacia abajo y hacia la izquierda de la figura hasta llegar a las coordenadas (-1, 4), zona límite del escenario por su izquierda, continuando hacia abajo de forma casi recta debido a dichos límites hasta llegar a la esquina inferior izquierda, de coordenadas (-1, -1), dirigiéndose después hacia la esquina inferior derecha, de coordenadas (7, -1), finalmente yendo

hacia arriba hasta llegar a la esquina superior derecha de la figura, de coordenadas (7, 11).

El error medio de estimación en este ejemplo es de 0,194 metros para el filtro de Kalman extendido y de 0,081 metros para el filtro de partículas. El error promedio mostrado en las tablas para este caso era de 0,325 metros para el primer algoritmo y de 0,242 metros para el segundo, mientras que la varianza de los mismos era respectivamente de 0,0134 y 0,5189, por lo cual el error es algo menor de lo esperado.

Se puede observar que la estimación de la localización inicial del nodo objetivo en el primer instante es más precisa para el filtro de partículas, con un error en la estimación inicial en este caso de 0,4 metros, mientras que con el filtro de Kalman extendido se tarda cierto tiempo hasta que se alcanza aproximadamente la posición del nodo objetivo, comenzando en este caso con un error de 1,14 metros y tardando unos 2 segundos en reducir el error de estimación hasta un valor aceptable. Esto se debe a que el filtro de partículas utiliza un conjunto de partículas cuya inicialización sigue la misma distribución que el estado inicial del nodo objetivo (posición y velocidad), dando más peso a las partículas con mayor verosimilitud a partir de las observaciones de potencia recibida y estimando la posición inicial a partir de las partículas de mayor peso, con un error relativamente bajo si el número de partículas es lo suficientemente elevado de forma que se cubran casi todas las posibles inicializaciones del estado del nodo. El filtro de Kalman se inicializa con un estado inicial centrado en el escenario, en las coordenadas (3, 5), con una matriz de covarianza alta, con lo que se consigue una buena localización inicial pero no tan precisa como el filtro de partículas, realizándose en cada iteración del algoritmo una corrección de la posición que mejora poco a poco la estimación.

La no linealidad existente por la limitación de la posición del nodo objetivo dentro del recinto se puede expresar en las ecuaciones del filtro de partículas pero no en las del filtro de Kalman extendido. Por este motivo, cuando la posición del nodo se acerca a estos límites, el error de estimación del filtro de partículas se reduce considerablemente mientras que el del filtro de Kalman extendido aumenta al no tener en cuenta las no linealidades.

Los dos picos de error del filtro de partículas en 49 segundos y en 64 segundos se deben al cambio de dirección del nodo objetivo tras estar un cierto tiempo “parado” en las esquinas inferior izquierda e inferior derecha.

Modelo logarítmico

La Figura 6.4 corresponde a una simulación de 500 instantes de tiempo donde el nodo objetivo se mueve siguiendo una trayectoria aleatoria,

para el modelo de observación logarítmico. La notación seguida para la representación de balizas, de la trayectoria del nodo y de las posiciones estimadas por cada algoritmo en la gráfica izquierda y, para los errores de estimación de la gráfica derecha, es la misma que la utilizada en la Figura 6.3.

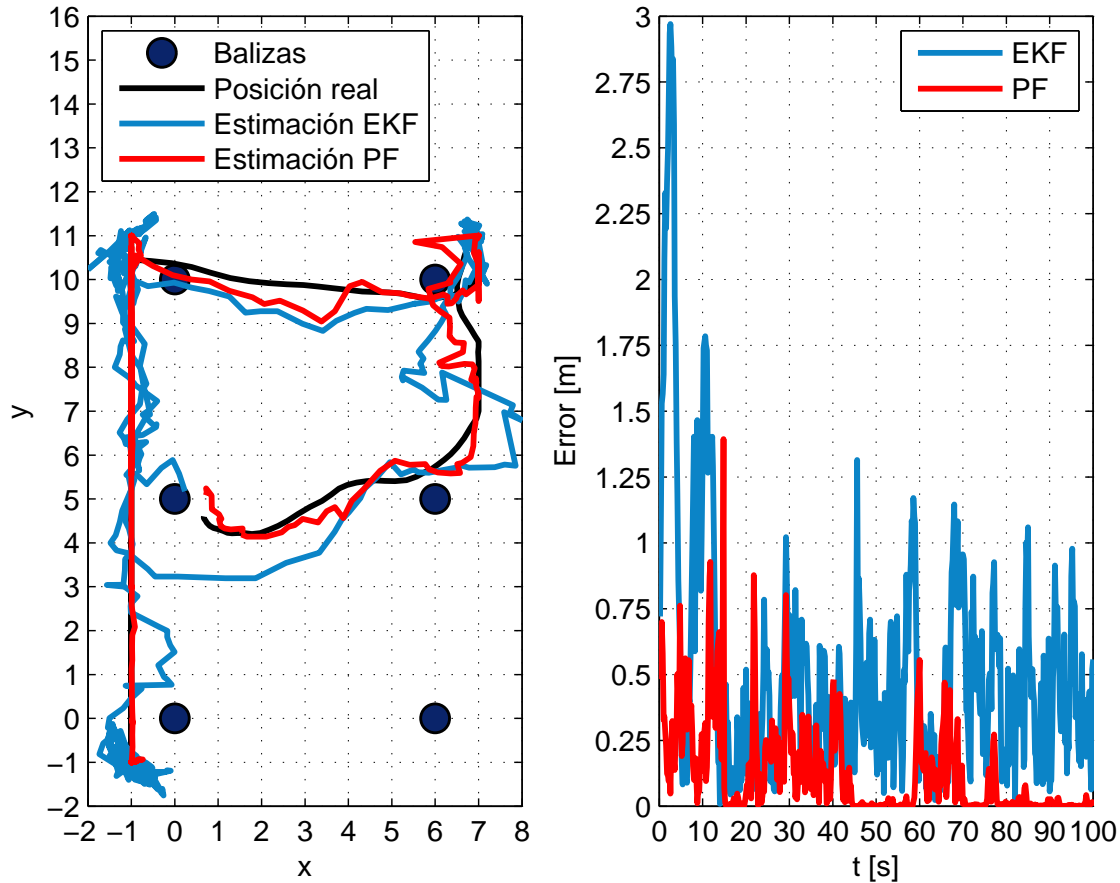


Figura 6.4: Ejemplo de trayectoria aleatoria, modelo logarítmico.

El movimiento aleatorio del nodo objetivo ha dado lugar en esta ocasión a una trayectoria que comienza en las coordenadas $(0, 7, 4, 6)$, en metros, moviéndose de forma irregular hacia la derecha de la figura, con tendencia a ir hacia la parte superior, hasta llegar a las coordenadas $(7, 7)$, zona límite del escenario por su derecha, continuando ligeramente arriba hasta las coordenadas $(7, 8, 5)$, donde vuelve a ir hacia la izquierda del escenario además de seguir tendiendo hacia la parte superior, hasta llegar al límite del escenario por la parte izquierda, en las coordenadas $(-1, 10, 5)$, dirigiéndose

finalmente hacia la parte inferior izquierda de la figura, de coordenadas $(-1, -1)$, en línea recta debido a los límites del lado izquierdo del escenario.

El error medio de estimación en este segundo ejemplo es de 0,512 metros para el filtro de Kalman extendido y de 0,126 metros para el filtro de partículas. El error promedio mostrado en las tablas para este caso era de 0,459 metros para el primer algoritmo y de 0,364 metros para el segundo, mientras que la varianza de los mismos era respectivamente de 0,0122 y 0,6377, por lo cual el error entra dentro del error esperable.

La estimación de la localización inicial del nodo objetivo en el primer instante en esta ocasión es de 0.48 metros para el filtro de partículas y de 0,72 metros para el filtro de Kalman extendido tardando alrededor de 6 segundos en reducir el error de estimación. Se puede observar que aunque el error de estimación inicial del filtro de Kalman extendido no es muy alto, en las primeras iteraciones aumenta considerablemente antes de reducirse, pues empieza alejándose de la posición real del nodo.

Se puede comprobar que para el modelo de observaciones logarítmico el error de estimación es peor que para el modelo polinómico de tercer orden, realizándose una estimación de error menos constante con ambos algoritmos.

6.1.4. Primera trayectoria de prueba

Se van a mostrar a continuación los resultados de una simulación en la que el nodo objetivo sigue en línea recta y velocidad constante la primera trayectoria de prueba, con observaciones generadas en primer lugar a partir del modelo polinómico de orden 3, y en segundo lugar, del modelo logarítmico. El recorrido que hace el nodo objetivo en esta trayectoria es cerrado, comenzando en las coordenadas $(0,4)$, pasando por las coordenadas $(0,0)$, $(6,0)$ y $(6,4)$ y volviendo finalmente a $(0,4)$.

Modelo polinómico de tercer orden

En la Figura 6.5 se muestra una simulación de 250 instantes de tiempo donde el nodo objetivo se mueve recreando la primera trayectoria de prueba con observaciones generadas a partir del modelo polinómico de orden 3. La notación seguida para la representación de balizas, de la trayectoria del nodo y de las posiciones estimadas por cada algoritmo en la gráfica izquierda y, para los errores de estimación de la gráfica derecha, es la misma que la utilizada en los ejemplos anteriores.

El error medio de estimación en este ejemplo es de 0,410 metros para el filtro de Kalman extendido y de 0,434 metros para el filtro de partículas, errores algo más altos que los errores promedio pero que están dentro de lo

esperable, pues el error promedio mostrado en las tablas para este caso era de 0,369 metros para el primer algoritmo y de 0,395 metros para el segundo, siendo la varianza de los mismos respectivamente de 0,0020 y 0,0010. El error medio del filtro de partículas es ligeramente superior que el del filtro de Kalman extendido utilizando esta trayectoria de prueba y este modelo de observación, cosa que no ocurre con los demás modelos.

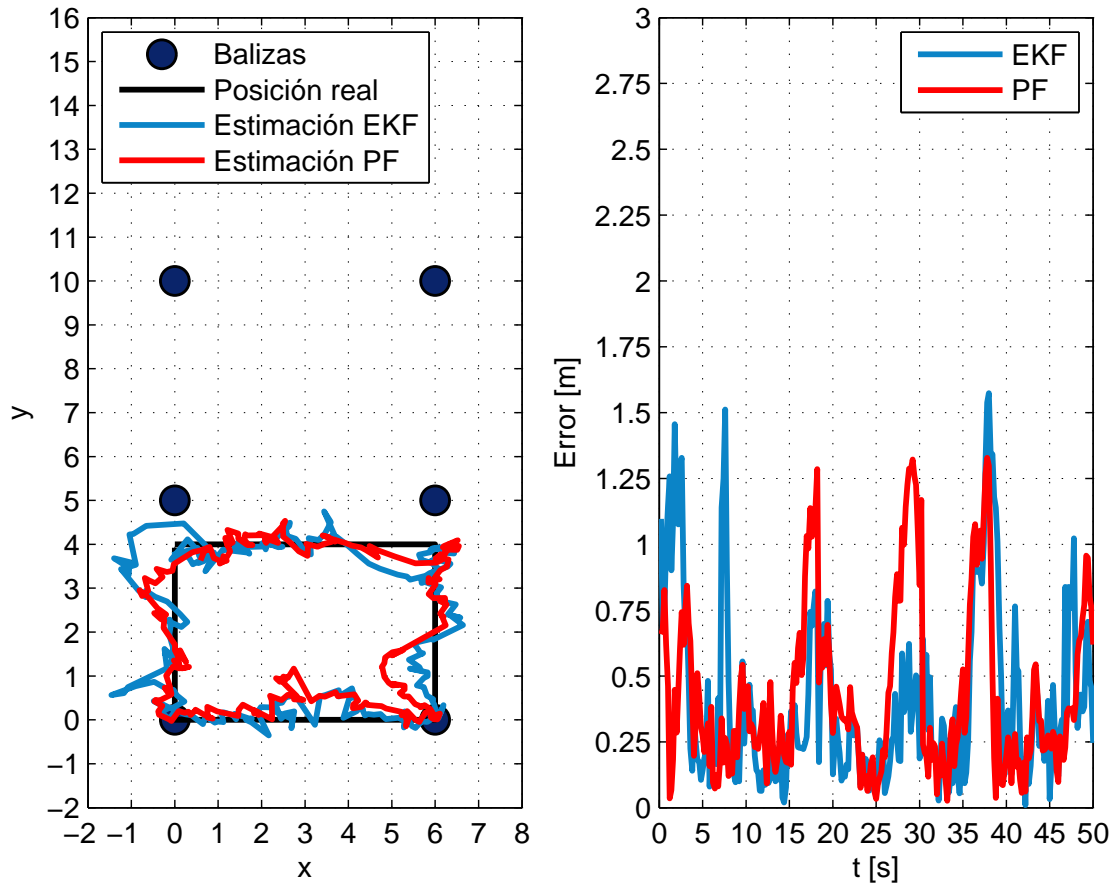


Figura 6.5: Primera trayectoria de prueba, modelo polinómico de orden 3.

La estimación de la localización inicial del nodo objetivo en el primer instante, al igual que en el ejemplo anterior, es bastante precisa para el filtro de partículas, con un error en la estimación inicial en este caso de 0,65 metros, mientras que con el filtro de Kalman extendido se comienza con un error de 1,09 metros y se tarda alrededor de 3,8 segundos en estabilizar el error de estimación.

En este caso se producen picos de error en ambos filtros en los instantes de 18 segundos, 29 segundos y en 38 segundos, debidos al cambio brusco de dirección del nodo objetivo en las coordenadas (0,0), (6,0) y (6,4). Mientras que estos picos de error son más elevados para el filtro de partículas en los dos primeros cambios de dirección, en el tercer cambio de dirección es el filtro de Kalman extendido el que mayor error alcanza.

El filtro de Kalman extendido tiene además un pico de error poco antes de llegar al primer cambio de dirección, en 7,6 segundos, al alejarse momentáneamente de la trayectoria.

Modelo logarítmico

Para los modelos de observación logarítmicos, se muestra en la Figura 6.6 una simulación de 250 instantes de tiempo donde el nodo objetivo se mueve recreando la primera trayectoria de prueba. La notación seguida es la misma que en el resto de los ejemplos anteriores.

El error medio de estimación en este ejemplo es de 0,440 metros para el filtro de Kalman extendido y de 0,418 metros para el filtro de partículas, valores de error esperables al ser los errores promedio mostrado en las tablas para este caso de 0,510 metros para el primer algoritmo y de 0,401 metros para el segundo, siendo la varianza de los mismos, respectivamente, de 0,0260 y 0,0012. El error con el modelo logarítmico es mayor con ambos algoritmos que con el modelo polinómico de orden 3, cosa que puede observarse en la gráfica del error, pues hay mayor inestabilidad en la estimación.

El error en la estimación inicial en este caso es de 0,37 metros para el filtro de partículas, mientras que con el filtro de Kalman extendido se comienza con un error de 0,73 metros, tardando en esta ocasión sólo 1 segundo en estabilizarse.

En este caso también se producen picos de error en los instantes de 18 segundos, 29 segundos y en 38 segundos, debidos al cambio brusco de dirección del nodo objetivo en las coordenadas (0,0), (6,0) y (6,4), siendo en esta ocasión picos de error más elevados para el filtro de Kalman extendido.

Se puede observar además que el filtro de Kalman extendido se aleja hasta en tres ocasiones de la posición del nodo. Esto hace que el error del filtro de Kalman extendido tenga una media de error mayor.

Al igual que con las trayectorias aleatorias, con el modelo de observaciones logarítmico el error de estimación es peor que con el modelo polinómico de tercer orden, realizándose una estimación de error más inestable con ambos algoritmos.

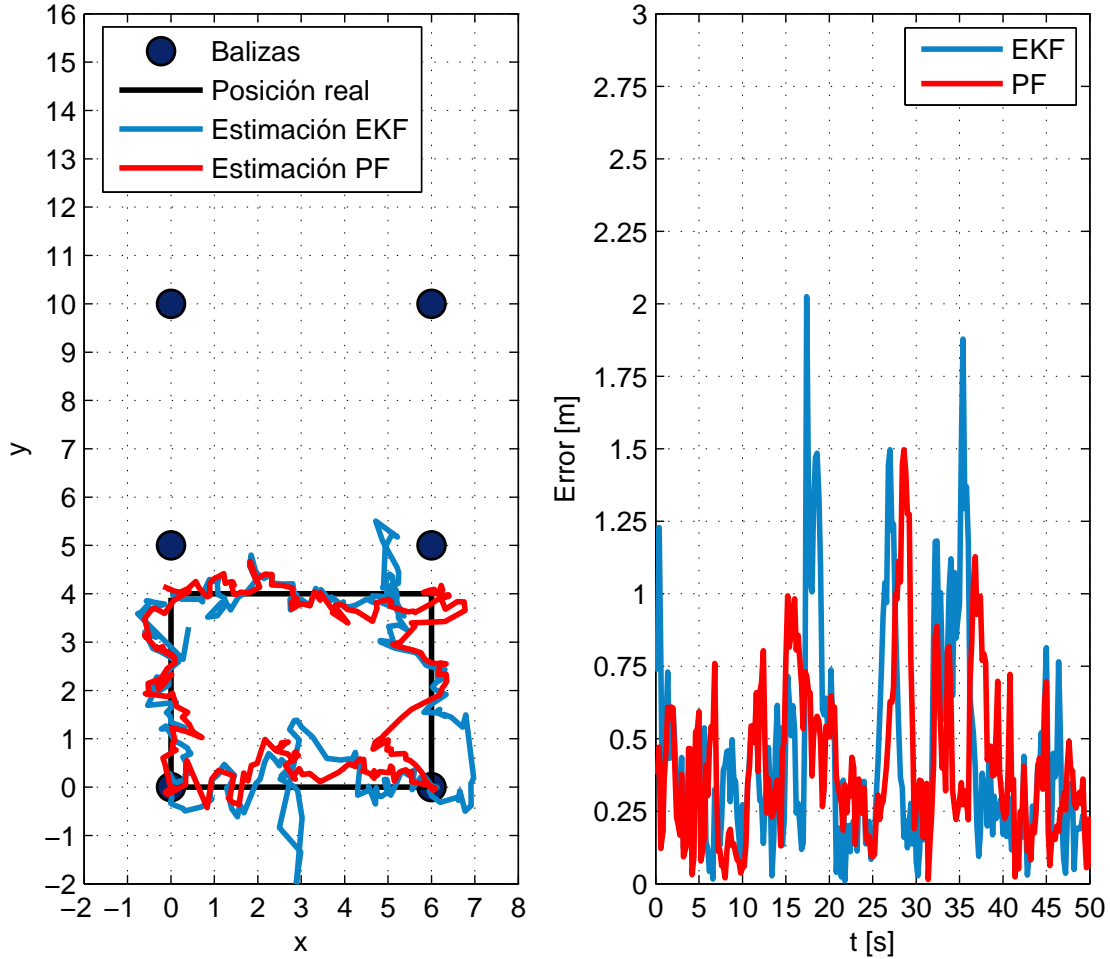


Figura 6.6: Primera trayectoria de prueba, modelo logarítmico.

6.1.5. Segunda trayectoria de prueba

Seguidamente se van a mostrar los resultados de una simulación en la que el nodo objetivo sigue en línea recta y velocidad constante la segunda trayectoria de prueba, con observaciones generadas sintéticamente, en primer lugar, a partir del modelo polinómico de orden 3 y, en segundo lugar, a partir del modelo logarítmico. El recorrido que hace el nodo objetivo en esta trayectoria comienza en las coordenadas (0,0), pasando por las coordenadas (6,0), (6,10), (0,10) y (0,6) y acabando finalmente en las coordenadas (6,6).

Modelo polinómico de tercer orden

En la Figura 6.7 se muestra una simulación de 260 instantes de tiempo donde el nodo objetivo se mueve recreando esta segunda trayectoria de prueba para el modelo de observaciones polinómico de orden 3. La notación seguida es la misma que en las figuras anteriores.

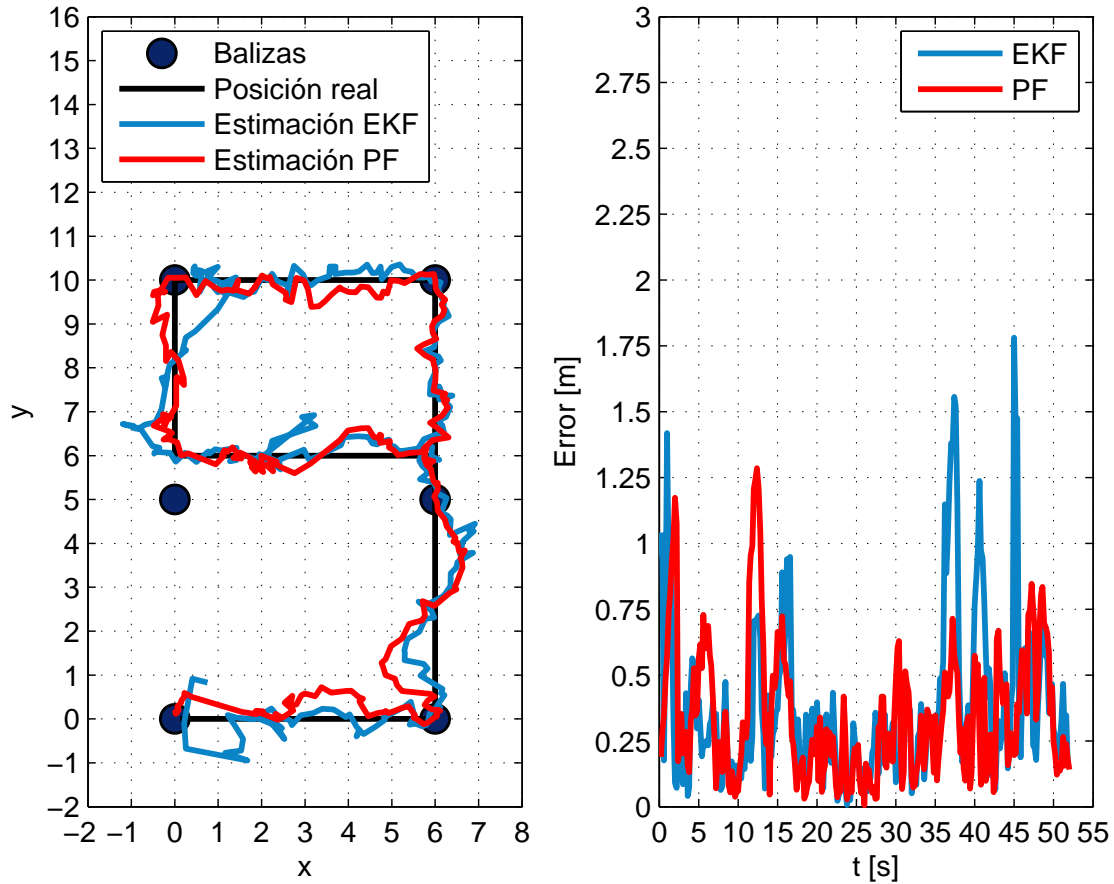


Figura 6.7: Segunda trayectoria de prueba, modelo polinómico de orden 3.

El error medio de estimación en este ejemplo es de 0,375 metros para el filtro de Kalman extendido y de 0,348 metros para el filtro de partículas, errores dentro de lo esperable, siendo el error promedio mostrado en las tablas para este caso de 0,417 metros para el filtro de Kalman extendido y de 0,332 metros para el filtro de partículas, con una varianza de 0,0087 y 0,0057, respectivamente.

La estimación de la localización inicial del nodo objetivo en el primer

instante en esta ocasión es de 0,19 metros para el filtro de partículas y de 1,04 metros para el filtro de Kalman extendido tardando éste casi 2 segundos en estabilizar el error de estimación.

Se puede observar que en el tramo entre las coordenadas (6,0) y (6,5), las estimaciones de ambos algoritmos oscilan primero hacia la parte izquierda de la figura y después hacia la derecha. Algo parecido ocurría en la primera trayectoria cuando el objetivo pasaba por esta zona del escenario, con ambos modelos de observaciones. Esto puede ser debido a la combinación entre los modelos de observación y el modelado de la varianza de observación, que produce este efecto indeseable en la estimación.

Los cambios instantáneos de dirección en esta trayectoria, al tener el nodo móvil una velocidad constante, se producen en los instantes de tiempo de 9,75, 26, 35,75 y 42,25 segundos, siendo el primer cambio de dirección en parte culpable de lo mencionado en el párrafo anterior.

Se puede observar además que el filtro de Kalman extendido también se aleja en otras ocasiones de la trayectoria del nodo, en los instantes 37, 40 y 45, obteniéndose finalmente un error medio menor con el filtro de partículas.

Modelo logarítmico

En la Figura 6.8 se muestra una simulación de 260 instantes de tiempo donde el nodo objetivo se mueve recreando esta segunda trayectoria de prueba para el modelo de observaciones logarítmico, con la misma notación que anteriormente.

El error medio de estimación en este ejemplo es de 0,682 metros para el filtro de Kalman extendido y de 0,327 metros para el filtro de partículas, errores que también están dentro de los valores esperados al ser el error promedio para este caso de 0,855 metros para el primer algoritmo y de 0,327 metros para el segundo, siendo la varianza de los mismos de 0,0686 y 0,0013 respectivamente.

La estimación de la localización inicial del nodo objetivo en el primer instante en esta ocasión es de 0,23 metros para el filtro de partículas y de 6,29 metros para el filtro de Kalman extendido tardando éste casi 7 segundos en estabilizar el error de estimación, un tiempo bastante alto.

Con este modelo de observaciones se ve además que hay una gran inestabilidad en la estimación del filtro de Kalman extendido que eleva el error medio.

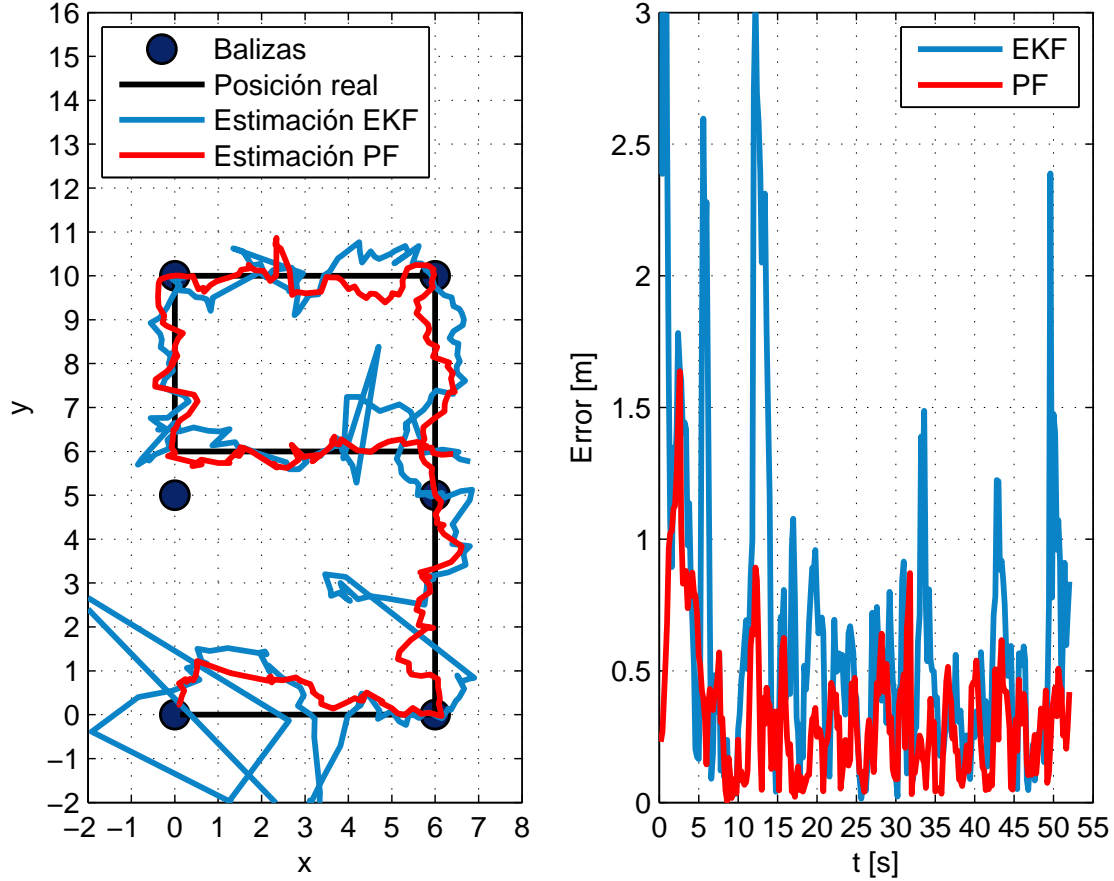


Figura 6.8: Segunda trayectoria de prueba, modelo logarítmico.

6.2. Pruebas con datos experimentales

En este último apartado se van a utilizar los algoritmos de localización y seguimiento con las observaciones experimentales de las dos trayectorias de prueba para hacer una comparación de los resultados obtenidos con los resultantes al usar las observaciones generadas sintéticamente a partir de los modelos de observación. Se va a utilizar el modelo de observación polinómico de orden 3 y el modelo logarítmico para calcular las verosimilitudes de las partículas del filtro de partículas y para la actualización de la estimación del estado para el filtro de Kalman extendido.

El periodo de tiempo entre estimaciones va a considerarse constante, de $T = 0,2$ segundos al igual que en las simulaciones anteriores, acumulando las observaciones que se recojan para cada baliza en dicho periodo. La varianza

de las variables aleatorias de la ecuación de movimiento va a considerarse también $\sigma_z^2 = 1$. Además, el filtro de partículas utilizado tiene un total de 2.000 partículas.

La primera conclusión a la que se llega utilizando los datos experimentales de las trayectorias de prueba con los modelos de observación desarrollados, es que utilizar la varianza de las observaciones en función de la distancia calculada a partir de la varianza muestral de las observaciones experimentales para cada baliza no es una buena aproximación del comportamiento de las observaciones de potencia recibida, afectando considerablemente a la estimación en el filtro de partículas. Por ejemplo, utilizando este modelo de varianza, la estimación de la posición inicial del filtro de partículas dista bastante de la posición real, obteniendo una verosimilitud alta para partículas en posiciones bastante distantes entre sí y de la posición inicial del nodo objetivo. El filtro de Kalman es en cambio más robusto frente a una mala aproximación del comportamiento de la varianza de las observaciones.

Esto se puede observar en la Figura 6.9, donde se muestra una ejecución de los algoritmos con un total de 260 instantes de tiempo para las observaciones experimentales de la segunda trayectoria de prueba, utilizando un modelo de observación polinómico de tercer orden y el modelo de la varianza de observación en función de la distancia calculado a partir de la varianza muestral de las observaciones experimentales para cada baliza, con la misma notación que en las figuras anteriores.

El filtro de Kalman extendido parece que estima de una forma más o menos acertada la trayectoria del nodo móvil, pero viendo la representación del error de estimación en el tiempo, se puede decir que la suposición de que se conoce la posición real del nodo objetivo para el cálculo del error de estimación en cada instante no es correcta, observándose unos extraños picos de error a lo largo del tiempo. Esto se debe a que se está suponiendo que el objeto se mueve a una velocidad constante a lo largo de toda la trayectoria y que realiza cambios de dirección instantáneos de 90 grados, cuando en realidad lo que ocurre es que el nodo móvil se para en las esquinas de la trayectoria, tarda cierto tiempo en girar sobre si mismo y después reanuda la marcha. Por lo tanto, el error de estimación calculado no aporta demasiada información.

Por estos motivos, en vez de utilizar el modelo de varianza de las observaciones obtenido a partir de la varianza muestral, se va a utilizar una varianza constante $\sigma_{n,i}^2(d_{i,t}) = 2$ y, además, no se va a representar el error de estimación calculado al suponer que el nodo avanza a velocidad constante haciendo cambios de dirección perfectos, al no ser demasiado útil para valorar las estimaciones.

En la Figura 6.10 se muestra una ejecución de los algoritmos de

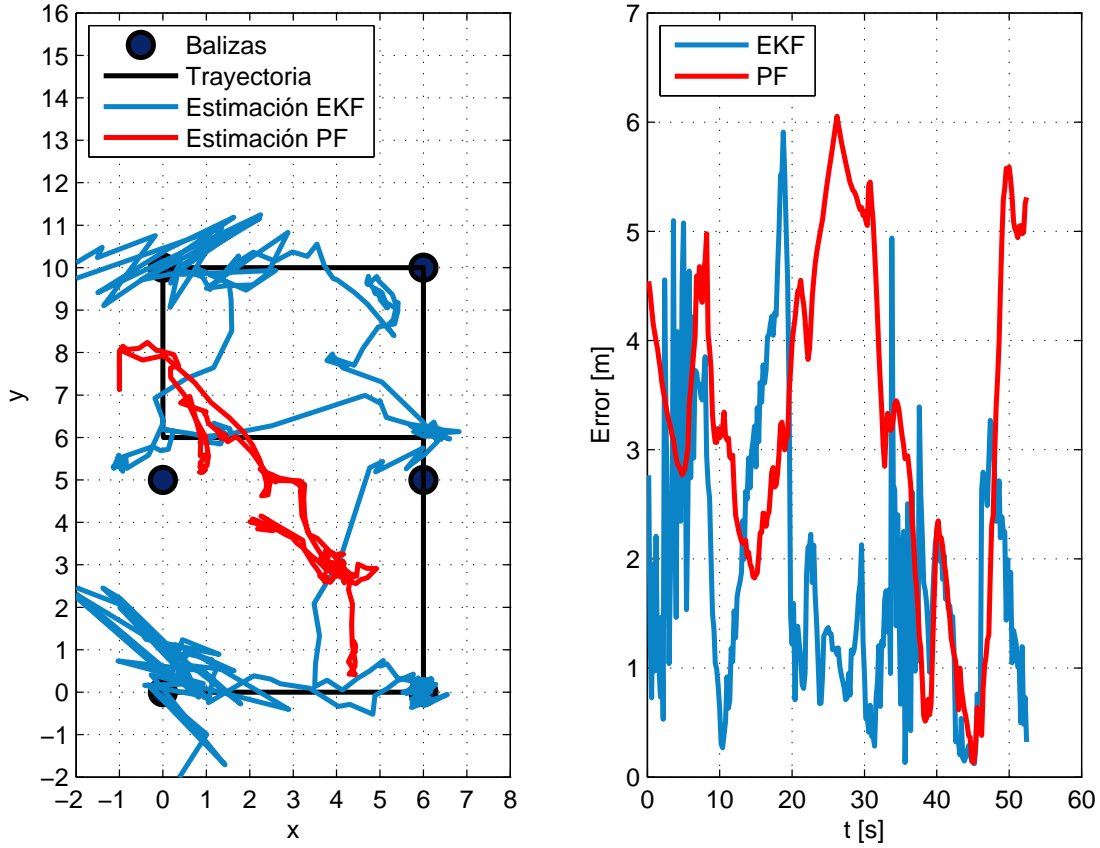


Figura 6.9: Simulación con datos experimentales con modelo de varianza en función de la distancia.

localización y seguimiento con un total de 250 instantes de tiempo, para las observaciones experimentales de la primera trayectoria de prueba. En las gráficas se muestra el escenario experimental utilizando, en la gráfica izquierda, el modelo de observación polinómico de orden 3 y, en la gráfica derecha, el modelo logarítmico, donde los nodos baliza están representados como círculos de color azul oscuro, la trayectoria seguida por el nodo objetivo está representada por una línea continua negra y las estimaciones de la posición del nodo en cada instante de tiempo realizadas con los algoritmos de seguimiento se muestran como una línea continua de color azul para el caso del filtro de Kalman extendido y como una línea continua de color rojo en el caso del filtro de partículas.

Se puede observar que para el tramo de las trayectorias que va desde la coordenada (6,0) a (6,4), la estimación de la posición está desplazada entre 1

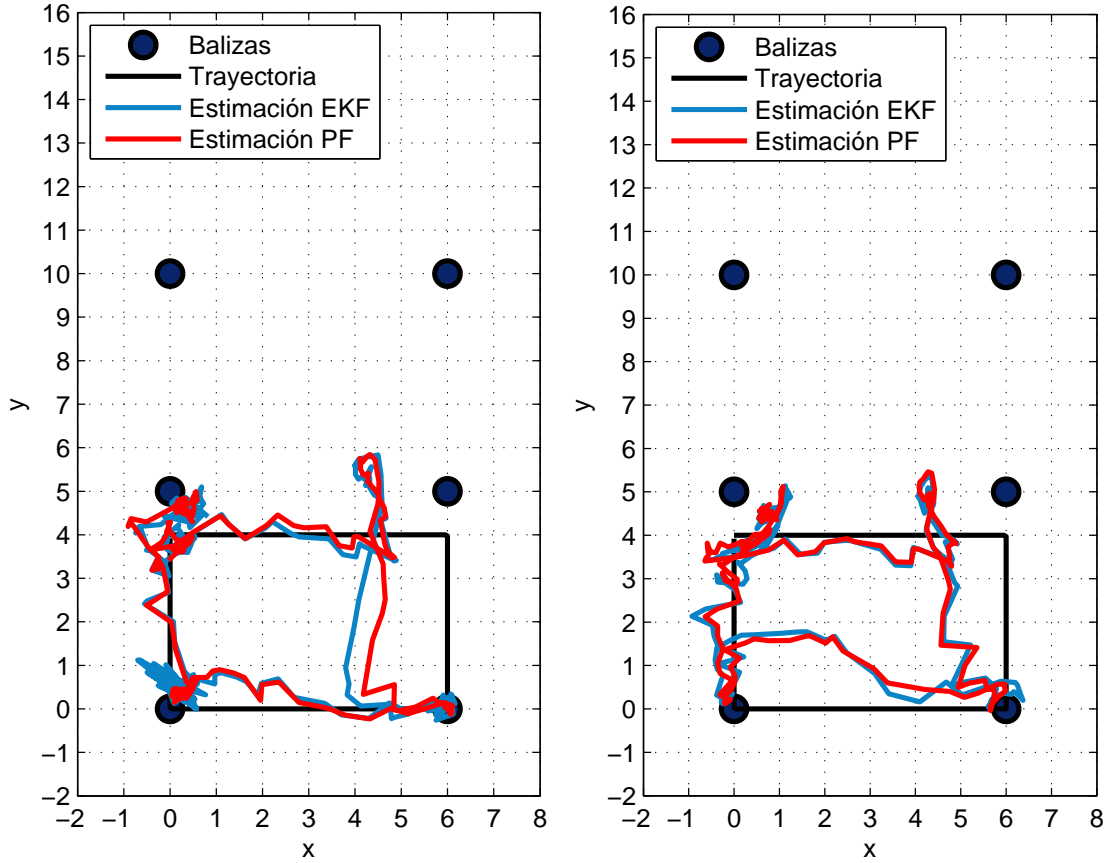


Figura 6.10: Simulación con datos experimentales de la trayectoria 1, modelo polinómico de tercer orden a la izquierda, modelo logarítmico a la derecha.

y 2 metros hacia el centro del escenario respecto a la trayectoria con ambos modelos, siendo mayor el efecto con el modelo polinómico de orden 3 y el filtro de Kalman extendido. Por tanto, el modelado en esta zona no se ajusta del todo al comportamiento real. Ocurre algo parecido en el tramo entre $(0,0)$ y $(0,3)$, pero en este caso es el modelo logarítmico el que más error de estimación comete, independientemente del algoritmo utilizado.

En la Figura 6.11 se muestra a su vez una ejecución de los algoritmos con un total de 260 instantes de tiempo para las observaciones experimentales de la segunda trayectoria de prueba. En la gráfica izquierda se ha utilizado el modelo de observación polinómico de orden 3 y, en la gráfica derecha, el modelo logarítmico, siguiendo la misma notación que en la Figura 6.10 .

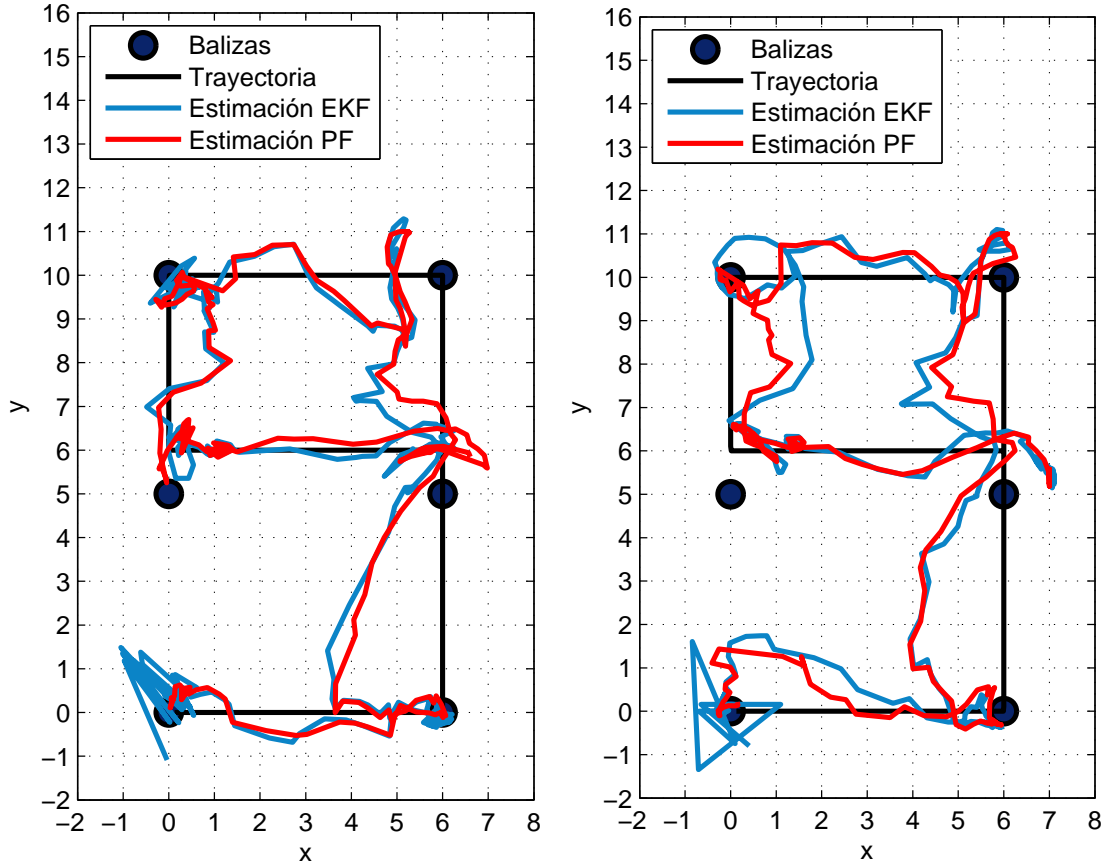


Figura 6.11: Simulación con datos experimentales de la trayectoria 2, modelo polinómico de tercer orden a la izquierda, modelo logarítmico a la derecha.

Se observa con esta trayectoria el mismo efecto en los tramos entre las coordenadas $(6,0)$ y $(6,4)$ y entre $(0,0)$ y $(0,3)$, tendiendo la estimación hacia el centro del escenario. Lo mismo pasa ahora en los tramos entre $(6,6)$ y $(6,10)$ y entre $(0,10)$ y $(0,7)$. En el tramo entre $(6,10)$ y $(0,10)$, el modelo de observaciones con el que mejor se estima la trayectoria es el modelo logarítmico.

La estimación de la posición del nodo cerca de las balizas parece mucho más constante y precisa con el filtro de partículas que con el filtro de Kalman extendido.

En general, con las observaciones experimentales se estiman unas trayectorias bastante parecidas a las esperadas, por lo que se podría

concluir que todos estos modelos son un aproximación bastante buena del comportamiento real de la potencia recibida por el nodo objetivo de las señales transmitidas por los nodos baliza.

Los resultados obtenidos con estos modelos de observación son similares a los obtenidos al utilizar los modelos polinómicos de orden 1 y 2. Para los modelos polinómicos de orden 4 y 5 las trayectorias estimadas son bastante peores que en los otros casos. Esto se debe a que estos modelos de observación modelan en algunos casos una potencia recibida que disminuye en vez de aumentar a distancias cortas, algo que dista mucho de la realidad.

6.3. Conclusiones

En este capítulo en primer lugar se ha calculado el error de estimación del filtro de partículas en función del número de partículas, viendo que este error descende al aumentar el número de partículas, disminuyendo rápidamente al principio y reduciéndose después cada vez más lentamente hasta estabilizarse en un mínimo. Para encontrar un término adecuado para el número de partículas a utilizar, se debe tener en cuenta que aunque se obtenga un error cada vez menor también aumenta la carga computacional del algoritmo. Finalmente se ha escogido la cantidad de 2.000 partículas para el filtro, con lo que se consigue buena estimación, con un error menor que el del filtro de Kalman extendido.

Una vez fijado el número de partículas, se ha calculado el error de estimación cometido por los algoritmos de localización y seguimiento para la estimación de la posición de un nodo móvil que se mueve en unos casos con una trayectoria aleatoria siguiendo el modelo dinámico planteado y en otros casos con las trayectorias experimentales de prueba, generando en todos estos casos las observaciones de potencia recibida a partir de los modelos de observación calculados.

A partir de los resultados, se ha visto que el filtro de partículas realiza una mejor estimación de la posición del nodo objetivo prácticamente para todos los casos de modelos de observación y de trayectorias.

El error de estimación es menor con las trayectorias aleatorias sintéticas que con las trayectorias experimentales debido a que los algoritmos trabajan con la misma ecuación dinámica con la cual se genera el movimiento del nodo objetivo en las trayectorias aleatorias, mientras que las trayectorias experimentales están generadas de forma que el nodo avanza siempre a la misma velocidad en línea recta, realizando cambios de dirección instantáneos que suponen no linealidades que no recogen los modelos de los algoritmos.

Para el filtro de partículas, el modelo logarítmico es el que peores

resultados da con las trayectorias experimentales y para la primera trayectoria de prueba, después del modelo polinómico de orden 5 en ambos casos, sin destacar en los resultados de la segunda trayectoria de prueba. Con el filtro de Kalman extendido el resultado es en general peor que al utilizar modelos polinómicos de primer, segundo y tercer orden.

Se ha escogido finalmente el modelo polinómico de orden 3 para los ejemplos de las trayectorias y para las pruebas con observaciones experimentales por funcionar bastante bien al utilizarlo con ambos algoritmos y, además, el modelo logarítmico para hacer una comparación con este modelo polinómico.

Seguidamente se han representado ejemplos de los resultados obtenidos con los tres tipos de trayectorias. La no linealidad existente en las trayectorias aleatorias por la limitación de la posición del nodo objetivo dentro del recinto se puede expresar en las ecuaciones del filtro de partículas pero no en las del filtro de Kalman extendido, por lo que el error de estimación del filtro de partículas se reduce en estas zonas, mientras que el del filtro de Kalman extendido aumenta.

En todos los casos la estimación de la localización inicial del nodo objetivo en el primer instante es más precisa con el filtro de partículas.

Por último se han utilizado los algoritmos de localización y seguimiento con las observaciones experimentales de las dos trayectorias de prueba. Se ha visto que el modelado de la varianza de las observaciones en función de la distancia a partir de la varianza muestral de las observaciones experimentales para cada baliza no es una buena aproximación del comportamiento de las observaciones de potencia recibida, afectando mucho a la estimación en el filtro de partículas. El filtro de Kalman sin embargo es más robusto frente a una mala aproximación del comportamiento de la varianza de las observaciones. Finalmente se ha optado por utilizar una varianza de observación constante, con la que se realizan mejores estimaciones.

También se ha observado que la suposición de que se conoce la posición real del nodo objetivo para el cálculo del error de estimación en cada instante no es correcta, pues se está suponiendo que el objeto se mueve a una velocidad constante a lo largo de toda la trayectoria y que realiza cambios de dirección instantáneos de 90 grados, cuando en realidad el nodo móvil se para en las esquinas de la trayectoria y tarda un tiempo en girar sobre si mismo.

La estimación de la posición del nodo cerca de las balizas es más estable y precisa con el filtro de partículas que con el filtro de Kalman extendido. Se ha observado además una tendencia a estimarse una posición desplazada hacia el centro del escenario en los tramos entre balizas, siendo este efecto mayor o menor según el modelo de observación y el algoritmo utilizado.

En general, con las observaciones experimentales se estiman unas

trayectorias bastante parecidas a las esperadas, por lo que se puede decir que los modelos de observación utilizados son una aproximación bastante buena del comportamiento real de la potencia recibida, con unos resultados similares con los modelos polinómicos de orden 1 a 3 y con el modelo logarítmico. Para los modelos polinómicos de orden 4 y 5, sin embargo, las trayectorias estimadas son bastante peores.

Capítulo 7

Conclusiones y líneas futuras de trabajo

7.1. Conclusiones

Las redes de sensores son una tecnología caracterizada por contar con nodos pequeños, baratos y con una autonomía relativamente grande. En este proyecto se ha tratado el problema de localización en interiores empleando redes de sensores, evaluando varios métodos de modelización de datos y distintos algoritmos de localización y navegación.

El tipo de solución que se ha utilizado para el problema de ubicación de los nodos es la localización con balizas fijas a partir de observaciones de potencia de la señal recibida. Se puede estimar la posición de un nodo en una red de sensores en la que existe una serie de nodos baliza que transmiten señales mediante mediciones de potencia recibida por el nodo objetivo, porque éstas dependen de la distancia. Sin embargo, existe incertidumbre tanto en la forma de esta dependencia como en las propias mediciones debido al ruido observacional.

El punto de partida para este estudio ha sido un conjunto de datos experimentales obtenidos en una campaña de mediciones con una red formada por varios nodos baliza activos y un nodo objetivo a localizar. Las balizas son nodos fijos cuya posición es conocida y que emiten tramas de información sobre la red que pueden recibirse por cualquier otro nodo. El nodo objetivo es el terminal móvil al que se quiere localizar, el cual muestrea periódicamente las tramas que recibe de los nodos baliza para extraer niveles de potencia de la señal recibida. Se han utilizado dos conjuntos de datos experimentales, uno de modelización de las observaciones y otro para validación. Estos datos experimentales se han utilizado para modelar el comportamiento de la señal

recibida de cada baliza según la posición del nodo objetivo y para después aplicar estos modelos en algoritmos de localización y seguimiento con el objetivo de comprobar su validez utilizando el conjunto de datos de prueba.

Gracias al estudio de los datos experimentales se ha podido conocer el comportamiento de las observaciones de potencia recibida en función de la distancia. Se ha visto que los niveles de potencia recibida son muy diferentes para cada baliza, alcanzando un nivel mucho más alto en unos casos respecto a otros. También se ha observado que para algunas distancias se tienen observaciones con una varianza mucho más alta que para otras. A su vez se ha detectado que existe multimodalidad en las observaciones de potencia para una misma distancia. Tanto las altas varianzas como la existencia de múltiples modas suponen un problema a la hora de decidir a qué distancia corresponde una potencia dada, dificultando la labor de localización. También se ha visto que existe un desconocimiento del comportamiento de los sensores a corta distancia por faltar esta información en los datos de modelización.

7.1.1. Modelos

Para caracterizar el comportamiento dinámico del nodo objetivo se ha especificado un modelo de movimiento definido por la ecuación de estado que relaciona el estado actual del sistema (su posición y su velocidad en cada instante) con el estado en el instante anterior, con un ruido del proceso que representa los efectos de aceleraciones desconocidas.

También se ha definido la ecuación que relaciona las observaciones de potencia recibida por el nodo objetivo con el estado del mismo. Se han calculado varios modelos de observación y se ha interpolado la varianza muestral de las observaciones para utilizarla con el modelo.

Se ha utilizado primero un modelo log-normal para aproximar los datos de potencia recibida frente a la distancia, por ser un modelo clásico de propagación en espacio libre [3]. En este modelo, donde más rápido decae la potencia de la señal con la distancia es para distancia menores a 1 metro, rango para el cual no hay observaciones, por lo que los modelos no necesariamente reflejan fielmente la potencia recibida en este tramo de distancia.

En segundo lugar se ha utilizado un modelo polinómico por su capacidad de adaptación a los datos. Se han probado varios grados para el polinomio de aproximación, obteniéndose diferentes modelos. Se ha visto que para distancias fuera del rango en el que existen observaciones, los modelos suelen tender hacia potencias muy altas o bajas, aumentándose este efecto al incrementar el grado del polinomio. Para distancias menores a la mínima, este efecto es importante porque se puede modelar una potencia recibida a cortas

distancias como si fuera menor que a la distancia mínima de observación, algo que no tiene sentido físico. Se ha comprobado además que al aumentar el grado del polinomio el error de aproximación disminuye, pero se corre el riesgo de sobreajustar a los datos, perdiéndose generalidad en el modelo.

Comparando los dos tipos de modelos, se ha observado que un modelo polinómico de orden 2 aproxima mejor los datos de casi todos los sensores y que con uno de orden 4 se comete un error menor que con modelo logarítmico en todos los casos.

Para obtener un modelo de la varianza de las observaciones se ha interpolado la varianza del modelo de observación para cada baliza en función de la distancia, utilizándose la varianza respecto a la media muestral, por tener unos valores más razonables que la varianza respecto a los modelos y se ha realizado una interpolación polinómica por splines cúbicos que suaviza las varianzas altas.

7.1.2. Algoritmos

El siguiente paso ha sido el estudio de dos algoritmos de localización y seguimiento, el filtro de Kalman extendido y el filtro de partículas. Se han enseñado dos ejemplos simples de su uso y se han linealizado las ecuaciones de estado y de observación específicas del problema de localización planteado para poder utilizarse con el filtro de Kalman extendido.

El filtro de Kalman sólo puede ser utilizado en sistemas lineales. Para su uso en sistemas no lineales, se requiere el filtro de Kalman extendido. Además, el ruido del proceso y de la observación se asumen gaussianos de media nula en las dos versiones del filtro. En cambio, el filtro de partículas puede ser utilizado en cualquier caso de linealidad y de distribución de probabilidad del ruido. La principal ventaja del filtro de partículas sobre el filtro de Kalman extendido es que no implica linealizaciones alrededor de las estimaciones actuales, sino aproximaciones en la representación de las distribuciones. En los ejemplos de los algoritmos, el error de estimación cometido por los ambos es similar, pero mientras que en el caso lineal se comete menos error con el filtro de Kalman, en el caso no lineal se obtienen mejores resultados con el filtro de partículas. Esto es debido a que, en el sistema no lineal, hay que linealizar las ecuaciones al utilizar el filtro de Kalman extendido, introduciéndose así un error de linealización.

7.1.3. Simulaciones

Finalmente, para evaluar los modelos obtenidos y los algoritmos de seguimiento, se han realizado varias simulaciones con los diferentes modelos

de datos, utilizando los dos tipos de algoritmos.

Primero se ha calculado el error de estimación del filtro de partículas en función del número de partículas, viendo que este error desciende al aumentar el número de partículas, disminuyendo rápidamente al principio y reduciéndose después cada vez más lentamente hasta estabilizarse en un mínimo. Para encontrar un término adecuado para el número de partículas a utilizar, se ha tenido en cuenta que, aunque se obtenga un error cada vez menor, también aumenta la carga computacional del algoritmo, escogiéndose la cantidad de 2.000 partículas para el filtro.

Después se ha calculado el error de estimación cometido por los algoritmos de localización y seguimiento para la estimación de la posición de un nodo móvil que se mueve en unos casos con una trayectoria aleatoria siguiendo el modelo dinámico planteado y en otros casos con las trayectorias experimentales de prueba, generando en todos estos casos las observaciones de potencia recibida sintéticamente a partir de los modelos de observación calculados.

A partir de los resultados, se ha visto que el filtro de partículas realiza una mejor estimación de la posición del nodo objetivo prácticamente para todos los casos de modelos de observación y de trayectorias.

El error de estimación es menor con las trayectorias aleatorias sintéticas que con las trayectorias experimentales porque los algoritmos trabajan con la misma ecuación dinámica con la cual se genera el movimiento del nodo objetivo en las trayectorias aleatorias, mientras que las trayectorias experimentales están generadas de forma que el nodo avanza siempre a la misma velocidad en línea recta, realizando cambios de dirección instantáneos que suponen no linealidades que no recogen los modelos de los algoritmos.

La no linealidad existente en las trayectorias aleatorias por la limitación de la posición del nodo objetivo dentro del recinto se puede expresar en las ecuaciones del filtro de partículas pero no en las del filtro de Kalman extendido, por lo que el error de estimación del filtro de partículas se reduce en estas zonas, mientras que el del filtro de Kalman extendido aumenta.

Para el filtro de partículas, el modelo logarítmico es el que peores resultados da con las trayectorias experimentales y para la primera trayectoria de prueba, después del modelo polinómico de orden 5 en ambos casos, sin destacar en los resultados de la segunda trayectoria de prueba. Con el filtro de Kalman extendido el resultado es en general peor que al utilizar modelos polinómicos de primer, segundo y tercer orden.

7.1.4. Pruebas experimentales

Se ha escogido el modelo polinómico de orden 3 para los ejemplos de las trayectorias y para las pruebas con observaciones experimentales por funcionar bastante bien al utilizarlo con ambos algoritmos y, además, el modelo logarítmico para hacer una comparación con el anterior modelo polinómico.

En todos los casos la estimación de la localización inicial del nodo objetivo en el primer instante es más precisa con el filtro de partículas.

Por último se han utilizado los algoritmos de localización y seguimiento con las observaciones experimentales de las dos trayectorias de prueba, con lo que se ha visto que el modelado de la varianza de las observaciones en función de la distancia a partir de la varianza muestral de las observaciones experimentales para cada baliza no es una buena aproximación del comportamiento de las observaciones de potencia recibida, afectando mucho a la estimación en el filtro de partículas, siendo el filtro de Kalman más robusto frente a esto. Se ha optado por utilizar una varianza de observación constante, con la que se realizan mejores estimaciones.

También se ha observado que considerar que se conoce la posición real del nodo objetivo para el cálculo del error de estimación en cada instante no es correcto, pues se está suponiendo que el objeto se mueve a una velocidad constante a lo largo de toda la trayectoria y que realiza cambios de dirección instantáneos de 90 grados, cuando en realidad parece que el nodo móvil se para en las esquinas de la trayectoria y tarda un tiempo en girar sobre si mismo.

La estimación de la posición del nodo cerca de las balizas parece mucho más constante y precisa con el filtro de partículas que con el filtro de Kalman extendido. Se ha observado además una tendencia a estimarse una posición desplazada hacia el centro del escenario en los tramos entre balizas, siendo este efecto mayor o menor según el modelo de observación y el algoritmo utilizado.

En general, con las observaciones experimentales se estiman unas trayectorias bastante parecidas a las esperadas, por lo que se puede concluir que los modelos de observación utilizados son un aproximación bastante buena del comportamiento real de la potencia recibida, con unos resultados similares con los modelos polinómicos de orden 1 a 3 y con el modelo logarítmico, mientras que para las estimaciones con los modelos polinómicos de orden 4 y 5 son bastante peores.

7.1.5. Resumen

A modo de resumen, las conclusiones más importantes a las que se ha llegado sobre los algoritmos de localización y seguimiento durante el desarrollo de este proyecto de investigación son las siguientes.

- Filtro de Kalman extendido:
 - Necesita de linealización del sistema.
 - No puede reflejar algunos tipos de no linealidades, concretamente cuando éstas no son derivables.
 - Asume ruido gaussiano de media nula.
 - Estimación buena pero algo inestable.
- Filtro de partículas:
 - No necesita linealización del sistema.
 - Admite especificar cualquier tipo de distribución de ruido.
 - Realiza una buena estimación inicial.
 - Mejor estimación de la posición que el filtro de Kalman extendido a partir de un determinado número de partículas.

En cuanto a los modelos de observación que relacionan la posición del nodo objetivo con la potencia recibida, se ha comprobado lo siguiente:

- Modelo logarítmico:
 - Realiza un correcto ajuste a los datos.
 - Peores resultados con los algoritmos con datos sintéticos que los modelos polinómicos.
 - Buena aproximación del comportamiento real de las observaciones.
- Modelos polinómicos:
 - Mejor aproximación a los datos que el modelo logarítmico.
 - A partir de un polinomio de tercer orden puede sobreajustar a los datos.
 - Buena aproximación del comportamiento real de las observaciones, hasta tercer orden.

7.2. Líneas futuras de trabajo

Se han identificado las siguientes líneas de trabajo para una extensión de los resultados obtenidos en este proyecto.

- Se pueden probar a usar nuevos modelos de ruido que no sean necesariamente gaussianos, como los utilizados hasta ahora, para intentar realizar una mejor estimación de la posición del nodo objetivo al modelar más fielmente el comportamiento del sistema. Estos modelos sólo podrían aplicarse estrictamente con el filtro de partículas, pues como se ha visto, el filtro de Kalman extendido asume ruido gaussiano de media nula, mientras que con el filtro de partículas puede modelarse el ruido de muchas formas distintas.
- En lugar de realizar una estimación *MMSE* (*Minimum Mean Squared Error*) que minimiza el error cuadrático medio, otra posible mejora del filtro de partículas es utilizar una estimación *MAP* (*Maximum a posteriori*) [9], pudiéndose obtener mejores resultados cuando la distribución de probabilidad a posteriori de la posición del objetivo es multimodal.
- El funcionamiento de la red de sensores depende en gran medida de las condiciones del entorno, lo que puede conllevar problemas de rendimiento en función de las condiciones ambientales. Por ejemplo, la potencia recibida para una posición del nodo objetivo puede ser muy diferente en un día seco que en un día en el que haya llovido y exista mucha humedad en el ambiente. Por este motivo, se podría estudiar un sistema de calibración automática de los modelos de observación que se efectúe al arrancar la red de sensores. Se podría asumir, por ejemplo, un modelo de observación logarítmico y calcular los parámetros característicos del modelo a partir de un conjunto de observaciones obtenidas por los nodos de la red que transmiten información en el momento en el que se inicializa la red.

Apéndice A

Presupuesto

En este apéndice se van a valorar tanto los recursos materiales como los recursos humanos que han sido necesarios para la elaboración de este proyecto. Al ser un trabajo de investigación, sólo se va a cuantificar los recursos que han sido utilizados, sin entrar en el coste monetario.

En primer lugar se va a detallar el material necesario para la obtención de las observaciones y el equipamiento hardware y software empleado para su estudio. En segundo lugar, se estimará el esfuerzo humano necesario para realizar la campaña de mediciones inicial y para la elaboración de la investigación y de la memoria del proyecto.

A.1. Recursos materiales

La red de sensores en la que se han obtenido los conjuntos de observaciones de potencia está formada por siete nodos, seis de ellos utilizados como nodos baliza y uno empleado como nodo móvil objetivo. Todos estos nodos constan de una pequeña placa formada por un circuito, un microprocesador y un sistema de transmisión que implementa el estándar IEEE 802.15.4 y el conjunto de protocolos de capas superiores definidas por ZigBee Alliance. Las plataformas utilizadas son de Crossbow y una combinación del sistema de microprocesador Arduino con *chipsets* de Xbee.

Además se ha tenido que habilitar un patio interior de un edificio para utilizarlo como escenario durante toda la campaña de mediciones. A su vez se ha necesitado un conjunto de soportes fijos para los nodos baliza y un soporte móvil para el nodo objetivo.

Para la recolección de las observaciones se ha necesitado también un equipo informático y un software de recolección con el que se ha dado formato a los conjuntos de datos obtenidos.

Para el ajuste de los modelos de observación a partir de los datos de modelización y para la ejecución de los algoritmos de localización y navegación ha sido necesario un ordenador personal, un sistema operativo para el mismo y una licencia del software de cálculo numérico *MATLAB*.

A.2. Recursos humanos

En primer lugar, en la campaña de mediciones ha sido necesario un equipo de dos personas trabajando a tiempo completo durante una semana para la obtención de los conjuntos de observaciones experimentales.

En segundo lugar, para la elaboración de los modelos, los algoritmos y las pruebas comparativas, se ha necesitado el esfuerzo de un ingeniero de telecomunicaciones trabajando un tiempo equivalente a seis meses a jornada completa. Para la redacción de esta memoria se ha necesitado de un mes adicional de trabajo.

Finalmente, también se ha necesitado un tutor como director de proyecto, que ha realizado una labor de apoyo y consultoría.

Referencias

- [1] S. Haykin. *Adaptive Filter Theory, 4th Edition*. Prentice Hall, Information and System Sciences Series, 2001.
- [2] F. Gustafsson, F. Gunnarsson, N. Bergman, U. Forssell, J. Jansson, R. Karlsson, and P.-J. Nordlund. Particle filters for positioning, navigation and tracking. *IEEE Transactions Signal Processing*, 50(2):425–437, February 2002.
- [3] T. S. Rappaport. *Wireless Communications: Principles and Practice (2nd edition)*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ (USA), 2001.
- [4] R. L. Burden and J. D. Faires. *Análisis numérico*. Iberoamericana, 2002.
- [5] R. E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, 82:35–45, 1960.
- [6] J. S. Liu and R. Chen. Sequential Monte Carlo methods for dynamic systems. *Journal of the American Statistical Association*, 93(443):1032–1044, September 1998.
- [7] N. Gordon, D. Salmond, and A. F. M. Smith. Novel approach to nonlinear and non-Gaussian Bayesian state estimation. *IEE Proceedings-F*, 140(2):107–113, 1993.
- [8] P. Tichavský, C. H. Muravchik, and A. Nehorai. Posterior Cramér-Rao bounds for discrete-time nonlinear filtering. *IEEE Transactions Signal Processing*, 46(5):1386–1396, May 1998.
- [9] S. Godsill, A. Doucet, and M. West. Maximum a posteriori sequence estimation using Monte Carlo particle filters. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 53(1):82–96, March 2001.

